

## بررسی عملکرد خشک کن انجمادی به کمک شبیه‌سازی عددی

محمد رضا شهداد، مرتضی خان احمدی\* و علیرضا فضلعلی\*\*

\*نگارنده مسئول، نشانی: اصفهان، مرکز تحقیقات کشاورزی و منابع طبیعی، بخش تحقیقات فنی و مهندسی کشاورزی، ص.پ. ۱۹۹-۸۱۷۸۵، تلفن:

۰۹۱۳۱۲۸۷۱۵۲، پیام‌نگار: kxanahmadi@yahoo.com

\*\*به ترتیب دانش‌آموخته کارشناسی ارشد مهندسی شیمی دانشگاه اراک؛ عضو هیئت علمی مرکز تحقیقات کشاورزی و منابع طبیعی اصفهان؛ عضو

هیئت علمی گروه مهندسی شیمی دانشگاه اراک

تاریخ دریافت: ۸۸/۱۰/۱۹؛ تاریخ پذیرش: ۸۹/۹/۶

### چکیده

یک مدل ریاضی برای فرایند خشک‌کن انجمادی توسعه یافته‌است که در آن برای نخستین بار ابعاد و مشخصات چگالنده نیز در نظر گرفته شده‌است. براساس این مدل نرم‌افزار شبیه‌ساز در محیط MATLAB نوشته شد و کارایی آن در مقایسه با داده‌های تجربی خشک کردن سوسپانسیون ۲۰ درصد جامدات شیر به دست آمده از یک خشک‌کن انجمادی آزمایشگاهی با موفقیت، مورد آزمایش قرار گرفت. از این نرم‌افزار برای تعیین تأثیر مشخصات خشک‌کن بر مدت‌های مراحل اول و دوم خشک‌شدن استفاده شد. براساس نتایج شبیه‌سازی، مدت زمان مرحله اول با توان دوم ضخامت لایه خشک شونده متناسب است در حالی که مدت مرحله دوم وابستگی ضعیف‌تری به ضخامت دارد. اثر دمای چگالنده بر مدت‌های مراحل اول و دوم، ناخطی است. این تأثیر، با افزایش دمای محفظه خشک‌کن کاهش یافت به طوری که در دمای بالاتر از ۲۵۵ درجه کلوین در مرحله اول و بالاتر از ۳۳۰ درجه کلوین در مرحله دوم مدت خشک شدن، مستقل از دمای چگالنده می‌شود. همچنین در شرایط شبیه‌سازی، کاهش سطح انتقال گرمای چگالنده از ۲ به ۰/۵ مترمربع به ازای هر کیلوگرم آب جدا شده در مرحله دوم، موجب افزایش مدت خشک شدن از ۱۱ ساعت به ۱۲ ساعت می‌شود.

### واژه‌های کلیدی

چگالنده، خشک‌کن انجمادی، شبیه‌ساز، شیر، مدل ریاضی، نرم‌افزار

<p>A : سطح مقطع، مترمربع C : غلظت و جزء وزنی C<sub>p</sub> : ظرفیت حرارتی، ژول بر کیلوگرم.کلوین D : ضریب نفوذ، متر بر مربع ثانیه k<sub>d</sub> : ضریب دفع سطحی، بر ثانیه L : ضخامت نمونه، متر l : طول، متر m : جرم، کیلوگرم M : جرم مولکولی، کیلوگرم بر کیلوگرم مول</p>	<p>N : فلاکس جرمی، کیلوگرم بر مترمربع. ثانیه P : فشار، پاسکال Q : گرما، ژول R : شعاع لوله، متر r : فاصله از مرکز لوله، متر R<sub>G</sub> : ثابت گازها، ژول بر کیلوگرم مول.کلوین T : دما، کلوین t : زمان، ثانیه V : سرعت سطح مشترک تصعید، متر بر ثانیه X : مختصه مکان در نمونه، متر</p>	<p>X : موقعیت سطح مشترک تصعید، متر ΔH<sub>s</sub> : گرمای نهان تصعید، ژول بر کیلوگرم ΔH<sub>v</sub> : گرمای نهان تبخیر، ژول بر کیلوگرم μ : گرانیوی، کیلوگرم بر متر.ثانیه α : ضریب نفوذ حرارتی، متر مربع بر ثانیه θ : مکان بدون بعد در ناحیه منجمد K : ضریب هدایت حرارتی، ژول بر متر.کلوین.ثانیه ρ : چگالی، کیلوگرم بر متر مکعب</p>	<p>فهرست علائم</p>
<p>c : چگالنده ch : محفظه خشک‌کن ch<sub>c</sub> : فضای بین محفظه و چگالنده e : مؤثر en : محیط g : گاز</p>	<p>ic : یخ T : سیستم تبرید S : مرحله ثانویه sa : نمونه sw : رطوبت پیوندی tr : سینی</p>	<p>w : بخار آب win : مخلوط بخار آب و گاز بی اثر X : سطح مشترک تصعید I : لایه خشک شده II : لایه منجمد o : اولیه</p>	<p>زیرنویس‌ها</p>
<p>* : تعادلی</p>			<p>بالانویس‌ها</p>

## مقدمه

خشک کردن انجمادی در صنایع مختلفی کاربرد دارد. از جمله می توان به خشک کردن غذاهای آماده مصرف در صنایع غذایی، نگهداری سلول های زنده در صنعت زیست فناوری، نگهداری پلاسماهای خون و محصولات هورمونی در صنایع پزشکی و تولید پودرهای نانو در صنایع نانو فناوری اشاره کرد (Mujumdar, 2006). در این روش به علت پایین بودن دما و جدا شدن حداکثر رطوبت به روش تصعید به جای تبخیر، تخریب حرارتی محصول به شدت کاهش یافته و خصوصیات آسیب پذیر از جمله طعم، رنگ، و ارزش تغذیه ای مواد غذایی، و فعالیت مواد زیست شناختی، داروها، کاتالیزورها، و محصولات نانو حفظ می شود. همچنین به دلیل اینکه آب یا حلال موجود در نمونه ابتدا منجمد، و سپس جدا می شود چروکیدگی و انقباض محصول اندک بوده و ساختار فیزیکی آن تا حد زیادی حفظ می گردد. به علاوه ساختار محصول، متخلخل، و آبدار کردن مجدد آن به راحتی امکان پذیر است (Flickinger & Drew, 1999; Francis, 2000; Oetjen & Haseley, 2004).

در خشک کردن انجمادی ابتدا ماده مورد نظر منجمد می شود و سپس رطوبت منجمد شده تحت خلاء تصعید می گردد. همیشه در مرحله منجمد کردن نمونه (حتی تا دمای ۶۰- درجه سلسیوس) ۱۰ تا ۳۵ درصد از رطوبت اولیه منجمد نمی شود و به صورت آب محبوس در بافت نمونه باقی می ماند. این آب محبوس باعث می شود که تمام رطوبت موجود همراه با فرایند تصعید از نمونه خارج نشود. بنابراین جهت دستیابی به محصول خشک تر باید رطوبت محبوس را طی فرایند دفع از نمونه جدا کرد. به همین دلیل خشک شدن انجمادی در دو مرحله انجام می شود که مرحله اول، شامل تصعید رطوبت منجمد شده و مرحله دوم، شامل دفع رطوبت محبوس شده می باشد (Mellor, 1978; Goldblith *et al.*, 1975).

کاربرد خشک کردن انجمادی علی رغم مزایای فوق به محصولات کم حجم و پرازش محدود شده است. دلیل آن کندی سرعت خشک شدن است که مدت خشک شدن را

طولانی می کند و در نتیجه، سرمایه اولیه و هزینه های عملیاتی به ویژه هزینه انرژی و تعمیر و نگهداری را در مقایسه با سایر روش های خشک کردن افزایش می دهد. برای افزایش سرعت خشک شدن لازم است مقاومت های موجود بر سر راه انتقال گرما و جرم، مشخص شوند و به حداقل برسند. مقاومت های داخلی، وابسته به جنس و ساختار ماده مورد نظر می باشند و چندان قابل کنترل نیستند (Mujumdar, 2006). از طرف دیگر کاهش مقاومت های خارجی با بهینه سازی شرایط عملیاتی، امکان پذیر است که شبیه سازی ریاضی فرایند یک ابزار قدرتمند در این راستا قلمداد می شود.

مدل ارائه شده در سال ۱۹۵۲ جزء اولین مدل ها در زمینه فرایند خشک کردن انجمادی است (Zamzow & Marshall, 1952) سپس مدل دیگری ارائه شد که با وجود کامل تر بودن، در آن هیچگونه رطوبت پیوندی در نظر گرفته نشده بود (Sandall *et al.*, 1967). در سال ۱۹۷۵ مدل دیگری ارائه شد که عیب مدل قبلی در آن برطرف شده بود (Sheng & Peck, 1975). به هر حال ثابت گرفتن دمای سطح مشترک تصعید و در نظر گرفتن اینکه انتقال گرما محدود کننده است از عیوب این مدل بود زیرا با گذشت زمان و به خصوص در مرحله دوم به خاطر کوچک بودن ضریب دفع، انتقال جرم محدود کننده می شود. در سال ۱۹۷۹ مدلی ارائه شد که در آن عیوب مدل های قبلی برطرف شده بود (Litchfield & Liapis, 1979). آنها در مدل خود، هم تصعید رطوبت منجمد شده و هم دفع رطوبت پیوندی را در نظر گرفتند، از این رو مدل خود را مدل دفع-تصعید نامیدند.

علی رغم مزایای فراوان، استفاده از شبیه سازی برای طراحی خشک کن های انجمادی در حوزه تحقیقات آکادمیک باقی مانده و هنوز وارد فاز تجاری نشده است. مدل سازی ها عموماً تنها بر روی جسم در حال خشک شدن متمرکز شده و سایر قسمت های خشک کن در نظر گرفته نشده است. همچنین در داخل کشور در رابطه با شناخت مبانی این فرایند و تعیین گمی تأثیر عوامل مختلف بر عملکرد آن پژوهش کافی انجام نشده است. پژوهش حاضر

تغییرات، یک بعدی و در جهت عمود بر سطح مشترک تصعید است، تصعید تنها در سطح مشترک دو لایه اتفاق می‌افتد، در این سطح، بخار در تعادل با یخ می‌باشد، هر دو ناحیه خشک و منجمد همگن و یکنواخت هستند، در ناحیه متخلخل خشک‌شده ماتریس جامد و گاز درون آن در تعادل حرارتی می‌باشند، در فاز گاز در ناحیه خشک، تنها نفوذ بخار آب وجود دارد و گاز بی‌اثر ساکن است، خشک شدن با تغییر حجم همراه نیست، رطوبت دفع شده در مقایسه با رطوبت تصعید شده ناچیز است و نفوذ بخار آب در فاز جامد خشک از معادله نادن پیروی می‌کند. براساس فرض‌های مزبور، روابط و شرط‌های مرزی حاکم بر خشک شدن مرحله اول استخراج شده‌اند (رابطه‌های ۱ تا ۱۰ از جدول ۱). رابطه ۹، رابطه فشار بخار یخ با دما می‌باشد که در محدوده دمایی ۶۰- درجه سلسیوس تا ۲۵ درجه سلسیوس با برازش یک رابطه نمایی بر داده‌های تجربی به‌دست آمده است (Lide, 2005).

### مرحله دوم خشک کردن

شبه‌سازی مرحله دوم به رابطه رطوبت تعادلی موجود در نمونه نیازمند است و به‌همین دلیل، کمتر به آن پرداخته شده است. با توجه به نتایج آزمایش‌ها شار جرمی بخار در مرحله دوم کمتر از یک پنجم مرحله اول بود و چون دفع بر خلاف تصعید، هم‌زمان در تمام نقاط حجم نمونه انجام می‌شود و با افزایش عمق، شار، کاهش می‌یابد بنابراین از افت فشار در داخل جسم صرف‌نظر شده و فشار در تمام نقاط داخل نمونه برابر فشار محفظه خشک‌کن در نظر گرفته شد. همچنین با توجه به کوچک بودن ضریب دفع در این مرحله از سهم همرفت در انتقال گرما صرف‌نظر شد و نیز دما و رطوبت در تمام نقاط نمونه در آغاز مرحله دوم خشک شدن، یکنواخت فرض شد. براساس این فرض‌ها رابطه ۱۱ به همراه شرایط ۱۲ تا ۱۶ جدول ۱ به‌دست آمد. رابطه ۱۷ با برازش رابطه تجربی بر داده‌های حاصل از اندازه‌گیری رطوبت هوای در تعادل با شیرخشک کم‌چربی در دماها و رطوبت‌های مختلف به‌دست آمده است.

در این راستا انجام گرفت و بدین‌منظور ابتدا مدل ریاضی فرایند خشک‌کردن انجمادی استخراج شد و بر مبنای آن یک نرم‌افزار شبیه‌ساز تولید گردید. سپس یک خشک‌کن انجمادی آزمایشگاهی با قابلیت اندازه‌گیری متغیرهای مختلف ساخته شد و به کمک آن کارائی شبیه‌ساز در پیش‌بینی روند خشک شدن یک سوسپانسیون شیرخشک اثبات شد. نهایتاً به کمک شبیه‌ساز تأثیر برخی از متغیرها بر کارائی خشک‌کن مورد تحلیل قرار گرفت (Shahdad, 2009).

### مدل ریاضی

در مدل‌های ارائه شده در گذشته برای خشک کردن انجمادی عموماً فشار در محفظه خشک‌کن ثابت فرض شده و خشک‌کن، مستقل از ویژگی‌های چگالنده شبه‌سازی شده است. در مدل حاضر با وارد کردن معادلات حاکم بر چگالنده، تغییرات فشار ناشی از ایجاد لایه یخ در آن در نظر گرفته شده است.

مدل ریاضی مورد استفاده در اینجا بر مبنای مدل دفع-تصعید (Litchfield & Liapis, 1979) و با اعمال فرض‌های ساده‌کننده توسعه یافته است. معادلات انتقال گرما و جرم و شرایط اولیه و مرزی حاکم بر مراحل اول و دوم خشک شدن در جدول ۱ ارائه شده است. منبع تأمین گرما در زیر سینی حاوی نمونه قرار گرفته و دمای آن ثابت است.

### مرحله اول خشک کردن

با تصعید رطوبت از لایه سطحی نمونه، سطح مشترک تصعید، تشکیل و نمونه به دو لایه خشک شده و منجمد تقسیم می‌شود. تصعید به‌واسطه رسانش گرما به سطح مشترک، انجام شده و بخار حاصله از طریق نفوذ و جابجایی از خلال ناحیه متخلخل خشک شده به محفظه خشک‌کن و از آنجا به چگالنده می‌رود و روی سطوح چگالنده به یخ تبدیل می‌شود. با گذشت زمان، سطح مشترک تصعید به سمت عمق نمونه حرکت می‌کند. برای مدلسازی این مرحله فرض شده است که

### چگالنده

به صورت یکنواخت صورت می گیرد و جریان بخار در مسیر بین محفظه خشک کن و چگالنده از قانون پواسوی پیروی می کند. مدل ریاضی چگالنده شامل رابطه های ۱۸ تا ۲۵ جدول ۱، حاصل فرض های فوق هستند.

چگالنده، استوانه ای با شعاع RC و طول lc است و از تجمع جرم در محفظه خشک کن و چگالنده و همین طور از ورود بخار آب به پمپ خلاء صرف نظر شد. به علاوه فرض شد تشکیل یخ روی سطوح چگالنده

جدول ۱- مدل ریاضی شامل معادلات، شرایط مرزی و اولیه، و روابط تجربی استفاده شده برای شبیه سازی خشک کن انجمادی

مرحله اول خشک کردن	
$\frac{\partial T_I}{\partial t} = \alpha_{le} \frac{\partial^2 T_I}{\partial x^2} - \frac{C_{pg} N_w}{\rho_{le} C_{ple}} \left( \frac{\partial T_I}{\partial x} \right), 0 \leq x \leq X$	(۱)
$T_I = T_{II} = T_X = T_0 @ t = 0$	(۳)
$\frac{\partial T_I}{\partial x} \Big _{x=0} = 0 @ x = 0$	(۵)
$k_{II} \frac{\partial T_{II}}{\partial x} - k_{le} \frac{\partial T_I}{\partial x} + V(\rho_{II} C_{pII} T_{II} - \rho_I C_{pI} T_I) + N_w C_{pg} T_X = -\Delta H_s N_w @ x = X$	(۷)
$P_{wX} = 159.7 \exp \left\{ \frac{-6148}{T_X} + 23.85 \right\}$	(۹)
$\frac{\partial T_{II}}{\partial t} = \alpha_{II} \frac{\partial^2 T_{II}}{\partial x^2}, X \leq x \leq L$	(۲)
$T_{II} _{x=L} = T_{tr} @ x = L$	(۴)
$T_I = T_X = T_{II} @ x = X$	(۶)
$N_w = - \frac{C_2 D^0_{win} K_w}{R_G T_X (C_2 D^0_{win} + P_{ch} K_w) X} (P_{wX} - P_{ch})$	(۸)
$V = \frac{dX}{dt} = - \frac{N_w}{\rho_{II} - \rho_{le}}$	(۱۰)
مرحله دوم خشک کردن	
$\frac{\partial T_I}{\partial t} = \alpha_{le} \frac{\partial^2 T_I}{\partial x^2} + \frac{\Delta H_v}{\rho_{le} C_{ple}} \left( \frac{\partial C_{sv}}{\partial t} \right)$	(۱۱)
$\frac{\partial T_I}{\partial x} \Big _{x=0} = 0 @ x = 0$	(۱۳)
$C_{sv} = C_{sv,0} @ t_s = 0$	(۱۵)
$C^* = 3.51 \times 10^{41} T^{-18.48} P_w^{2.81}$	(۱۷)
$T_I = T_{s0} @ t_s = 0$	(۱۲)
$T_I _{x=L} = T_{tr,s} @ x = L$	(۱۴)
$\frac{\partial C_{sv}}{\partial t} = K_d (C^* - C_{sv})$	(۱۶)
چگالنده	
$\alpha_{ic} \left( \frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial T}{\partial r} \right) = \frac{\partial T}{\partial t}$	(۱۸)
$T = T_c @ r = R_c$	(۲۰)
$\dot{Q} = \frac{\pi R_{ch,c}^4}{8 \mu_g l_{ch,c}} \Delta P_{ch,c}$	(۲۲)
$P_g = \frac{\rho_g}{M_g} R_G T_g$	(۲۴)
$R = \sqrt{R_c^2 - \frac{m_{ic}}{\rho_{ic} l_c \pi}}$	(۲۱)
$2\pi r l_c k_{ic} \frac{\partial T}{\partial r} = -\Delta H_s N_w A_{sa} @ r = R$	(۲۳)
$N_w = - \frac{R_{ch,c}^2 \rho_g}{8 \mu_g l_{ch,c}} (P_{ch} - P_c)$	(۲۳)
$P_{ch} = P_c + \frac{8 \mu_g l_{ch,c} R_G T_g}{R_{ch,c}^2 M_g ((P_{ch} + P_c)/2)} N_w$	(۲۵)

$$\xi = x/X(t) \quad 0 \leq x \leq X \quad (26)$$

$$\theta = (x-X(t))/(L-X(t)) \quad X \leq x < L \quad (27)$$

با توجه به افزایش تدریجی ضخامت یخ، رابطه ۱۸ نیز از نوع مرزمتحرک است. به هرصورت، با توجه به اینکه سرعت حرکت مرز، کند است و از طرفی، ضریب رسانش گرمایی یخ، بزرگ می باشد، توزیع دما در یخ، شبه پایدار فرض شده و در هر مرحله از محاسبات ابتدا R محاسبه می شود و سپس حالت پایدار رابطه ۱۸ با صفر فرض کردن

### حل مدل

مرحله اول و دوم خشک کردن مستقل از یکدیگر بودند و مدل هر مرحله به طور جداگانه حل می شود. در مرحله اول رابطه های ۱ تا ۱۰ به همراه رابطه های ۱۸ تا ۲۵ به صورت همزمان حل می شوند. به دلیل حرکت مرز تصعید در طی زمان، رابطه های ۱ و ۲ از نوع مرز متحرک هستند که برای تبدیل کردن آن به یک مسئله مرز ثابت از تغییر متغیرهای زیر در رابطه های ۲۶ و ۲۷ استفاده گردید:

بررسی عملکرد خشک‌کن انجمادی به کمک ...

حل معادلات در این نرم‌افزار بر مبنای روش اختلاف محدود، نامستقیم است. صفحه نمایش اصلی و صفحات نمایش فرعی نرم‌افزار در شکل ۱ دیده می‌شوند. در صفحه اصلی می‌توان مرحله خشک شدن و نمودارهایی را که نرم‌افزار پس از شبیه‌سازی رسم می‌کند انتخاب کرد. در طی شبیه‌سازی نیز پیشرفت فرایند شامل زمان، شار جرمی بخار آب، جرم تبخیر شده، و محل مرز تصعید در همین صفحه نمایش داده می‌شوند. صفحات فرعی نیز محل وارد کردن مقادیر پارامترهای مختلف است. برخی از این پارامترها مشخصات خشک‌کن و برخی دیگر مربوط به خواص ماده خشک شونده می‌باشند.

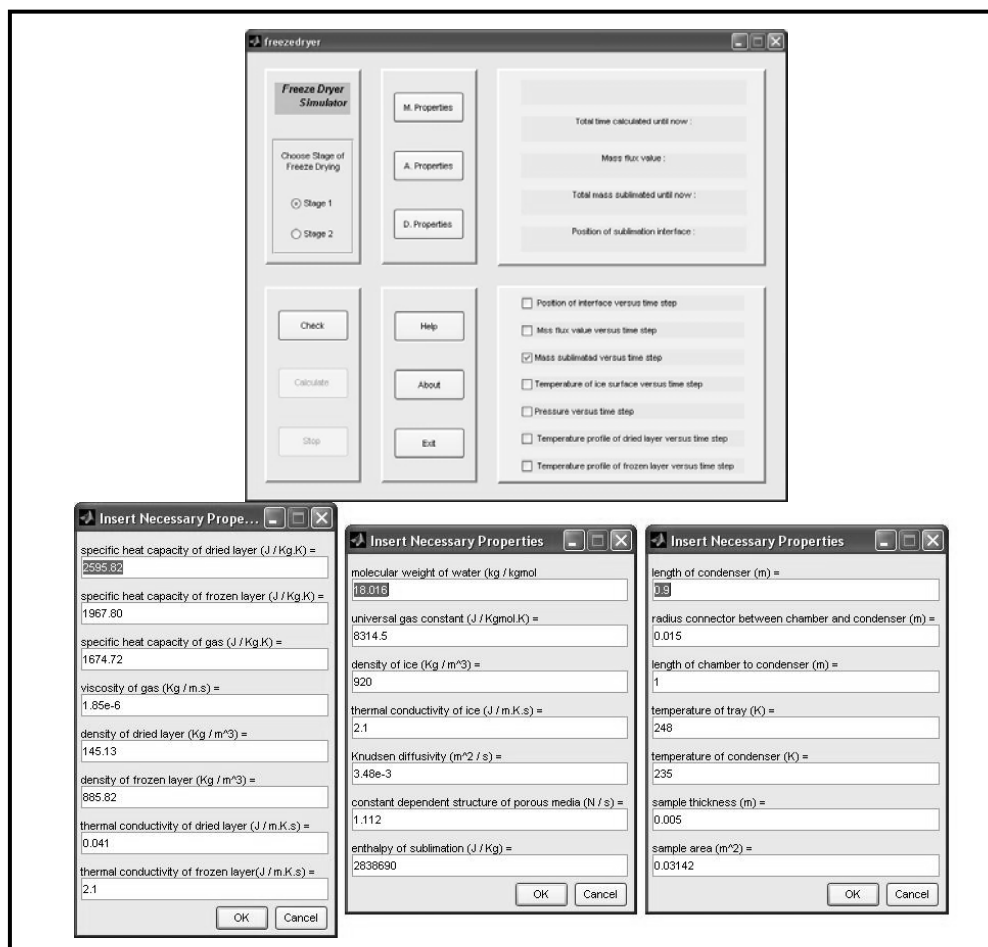
مقادیر استفاده شده این پارامترها در شبیه‌سازی حاضر در جدول ۲ و جدول ۳ ارائه شده‌اند.

تغییرات زمانی دما حل می‌شود. حل مدل در هر زمان، توزیع دما در هر ناحیه و در مرز تصعید، و نیز، شار تصعید و محل مرز تصعید را به دست می‌دهد. این مرحله وقتی پایان می‌یابد که مرز تصعید به مرز پائین نمونه برسد.

مدل مرحله دوم شامل رابطه‌های ۱۱ تا ۲۵ به همراه رابطه ۹ می‌باشد. حل این معادلات، توزیع دما و رطوبت در نمونه و نیز ضخامت یخ در چگالنده و دمای سطح یخ و فشار چگالنده و خشک‌کن را در هر لحظه به دست می‌دهد. این مرحله هنگامی خاتمه می‌یابد که رطوبت نمونه به رطوبت مطلوب کاهش یابد.

### نرم‌افزار

برای حل مدل و شبیه‌سازی فرایند خشک‌کردن، یک نرم‌افزار با کدنویسی در محیط MATLAB آماده شد.



شکل ۱- صفحه اصلی و صفحه‌های فرعی نرم‌افزار شبیه‌سازی خشک‌کن انجمادی

جدول ۲- مشخصات فیزیکی خشک کن ساخته شده و نمونه مورد استفاده در آزمایش‌ها

پارامتر	مقدار	واحد
$l_c$	۰/۹	متر
$r_c$	۰/۰۱۵	متر
$l_{ch-c}$	۱	متر
$r_{ch-c}$	۰/۰۱۵	متر
$T_{tr}$	۲۴۸	کلوین
$T_{tr,s}$	۳۰۸	کلوین
$T_c$	۲۳۵	کلوین
$A_{sa}$	۰/۰۳۱۴۲	مترمربع
$m_{t,sa}$	۰/۱۴۰	کیلوگرم
رطوبت اولیه	۸۰	درصد
$L$	۰/۰۰۵	متر
نرخ انجماد	۱	درجه سانتی‌گراد بر دقیقه

جدول ۳- مشخصات ترموفیزیکی شیر خشک کم‌چرب و مقادیر عددی سایر پارامترها

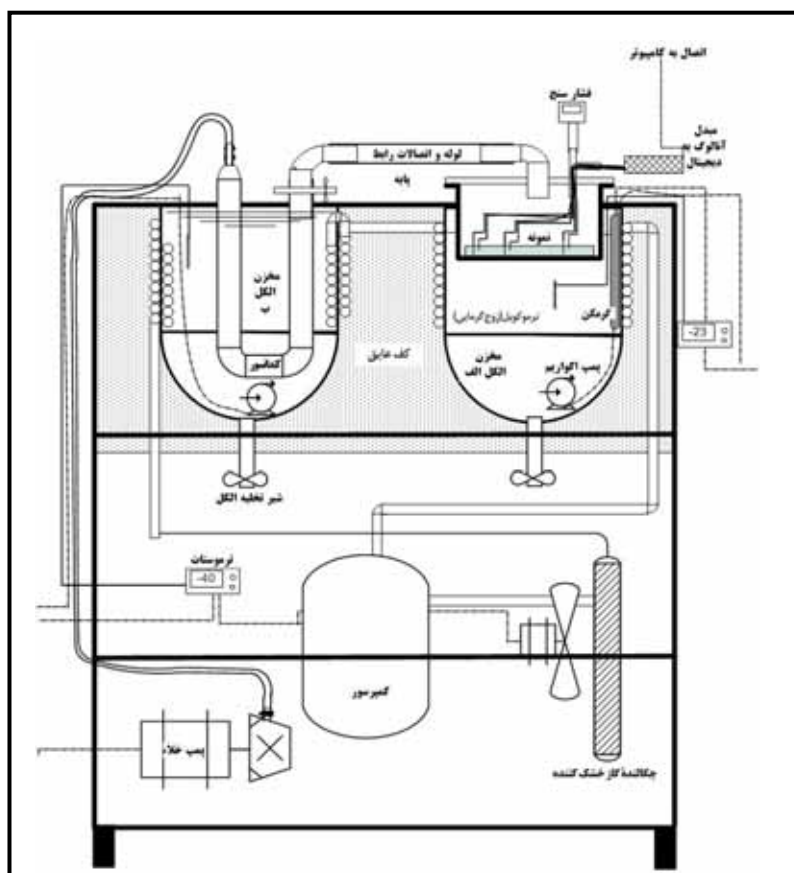
(Litchfield & Liapis, 1979; Mascarenhasa *et al.*, 1997; Liapis & Bruttini, 2008)

پارامتر	مقدار	واحد
$C_{pI}$	۲۵۹۵/۸۲	ژول بر کیلوگرم.کلوین
$C_{pII}$	۱۹۶۷/۸۰	ژول بر کیلوگرم.کلوین
$\rho_I$	۱۴۵/۱۳	کیلوگرم بر مترمکعب
$\rho_{II}$	۸۸۵/۸۲	کیلوگرم بر مترمکعب
$k_I$	۰/۰۴۱	ژول بر متر. کلوین.ثانیه
$k_{II}$	۲/۱	ژول بر متر. کلوین. ثانیه
$C_{pg}$	۱۶۷۴/۷۲	ژول بر کیلوگرم.کلوین
$\mu_g$	$1/85 \times 10^{-6}$	کیلوگرم بر متر.ثانیه
$\Delta H_s$	۲۸۳۸۶۹۰	ژول بر کیلوگرم
$\Delta H_v$	۲۴۱۸۶۲۰	ژول بر کیلوگرم
$k_d$	$9 \times 10^{-5}$	بر ثانیه
$k_w$	$3/48 \times 10^{-3}$	متر مربع بر ثانیه
$C_2D_{win}^0$	۱/۱۱۲	نیوتون بر ثانیه
$\rho_{ic}$	۹۲۰	کیلوگرم بر مترمکعب
$k_{ic}$	۲/۱	ژول بر متر.کلوین.ثانیه
$M_w$	۱۸/۰۱۶	کیلوگرم بر کیلوگرم مول
$R_G$	$8/315 \times 10^{-3}$	ژول بر کیلوگرم مول.کلوین

برای اندازه‌گیری دما در نقاط مختلف نمونه از ترموکوپل (زوج گرمایی) های نازک نوع J استفاده شده و شش سیم ترموکوپل از طریق یک منفذ تعبیه شده در درب محفظه وارد آن شده و در نقاط مختلف در نمونه مستقر می‌شوند. این ترموکوپل‌ها از طریق یک مبدل آنالوگ به دیجیتال (رقمی) و یک مبدل RS486 به USB به کامپیوتر وصل شده‌اند و دمای اندازه‌گیری شده توسط آنها توسط یک برنامه کامپیوتری در محیط Labview نمایش داده شده و هم‌زمان، ثبت می‌شود. به منفذ مزبور همچنین یک فشارسنج دیجیتالی (رقمی) مخصوص مدل PILOT plus Inficon 710-202-G1 ساخت شرکت INFICON نصب شده است که قادر است فشارهای مطلق کمتر از ده پاسکال را با دقت یک پاسکال اندازه‌گیری کند.

## مواد و روش‌ها خشک‌کن انجمادی

آزمایش‌های خشک کردن، در خشک‌کن انجمادی طراحی شده و ساخته شده در بخش تحقیقات فنی و مهندسی کشاورزی اصفهان انجام گرفت (شکل ۲). این خشک‌کن دارای دو مخزن استوانه‌ای شکل هر یک به حجم ده لیتر است که جهت انجام آزمایش از اتانول پر می‌شوند. در هر دو مخزن، پمپ‌های کوچکی قرار داده شده که وظیفه هم‌زدن الکل برای بهبود انتقال گرما را به‌عهده دارند. مخزن (ب) محل استقرار چگالنده است. چگالنده به یک پمپ خلاء با توان ۵۰۰ وات متصل است. دمای مخزن (الف) که محفظه‌ی حاوی نمونه در آن قرار گرفته با کمک یک هیتر برقی و ترموستات (دماپای) کنترل می‌گردد.



شکل ۲- طرح اجمالی خشک‌کن انجمادی مورد استفاده در آزمایش‌ها

## اندازه‌گیری فشار بخار آب تعادلی

در مدلسازی مرحله دوم خشک شدن، لازم بود رابطه ریاضی فشار بخار آب در تعادل با ماده خشک‌شونده با دما و رطوبت ماده در دست باشد. داده‌های تجربی لازم برای استخراج رابطه مزبور با استفاده از حسگرهای رطوبت نسبی مدل SHT75 ساخت شرکت Sensirion به‌دست آمد. این حسگر قادر به اندازه‌گیری هم‌زمان دما و رطوبت نسبی است. حسگرهای مزبور از طریق سخت‌افزار تبدیل آنالوگ به دیجیتال (رقمی) و مدول تبدیل RS486 به RS232 به کامپیوتر وصل شده و داده‌های ارسالی از آنها به کامپیوتر توسط نرم‌افزار نوشته شده در محیط Labview نمایش داده شده و هم‌زمان، ثبت می‌گردید. برای اندازه‌گیری‌های مورد نظر، ۳۰ گرم از نمونه با رطوبت معین در ظروف شیشه‌ای درپوش‌دار به حجم ۵۰۰ میلی‌لیتر قرار داده شد و پس از بستن درپوش حسگر از طریق منفذ تعبیه شده در درپوش شیشه در فضای خالی شیشه مستقر می‌گردید. سپس ظرف حاوی حسگر در داخل انکوباتور با دمای تنظیم شده قرار داده شده و رطوبت نسبی در طی زمان، توسط کامپیوتر ثبت می‌شد. با کمک رطوبت نسبی تعادلی که به این ترتیب به‌دست می‌آمد فشار بخار آب با ایده‌آل فرض کردن هوا محاسبه می‌گردید.

پس از انجماد کامل نمونه و رسیدن آن به تعادل دمایی با مخزن الکل، درپوش ظرف بسته شده و پمپ خلاء روشن گردید. در فواصل زمانی معین خلاء شکسته شد و محفظه حاوی نمونه از مخزن (الف) جدا گردید و وزن شد. پس از ثابت شدن وزن که حاکی از اتمام آب منجمد قابل تصعید و پایان مرحله اول خشک شدن است، مرحله دوم با قرار دادن ظرف حاوی نمونه در حمام آب با دمای ثابت ۳۰ درجه سلسیوس آغاز شد.

مرحله اول حدود ۱۲ ساعت به طول انجامید و از ۱۱۲ گرم رطوبت موجود در نمونه حدود ۹۱ گرم که تقریباً ۸۱ درصد از رطوبت اولیه می‌باشد در این مرحله جدا شد. در ابتدای مرحله دوم، حدود ۲۱ گرم رطوبت در نمونه وجود داشت و با توجه به جرم جامد موجود (۲۸ گرم) کسر جرمی اولیه در این مرحله ۰/۷۵ بود. آزمایش تا رسیدن به کسر جرمی ۰/۱۲ ادامه یافت. مدت دفع حدود ۱۸ گرم از رطوبت موجود در این مرحله ۱۱ ساعت بود. در این مرحله نیز محفظه خشک‌کن در فواصل زمانی معین وزن شد و پس از ثابت ماندن وزن آن، مرحله دوم نیز پایان پذیرفت. در انتها تکه‌های خشک‌شده محصول از محفظه خارج گردید و با آسیاب کردن به پودر تبدیل شد.

## نتایج و بحث

### بررسی کارائی نرم‌افزار

پیش‌بینی نرم‌افزار برای فرایند خشک کردن انجمادی سوسپانسیون یاد شده در مقایسه با مقادیر حاصل از اندازه‌گیری مستقیم در شکل ۳ دیده می‌شود. با توجه به این شکل، پیش‌بینی نرم‌افزار برای مرحله اول خوب و برای مرحله دوم نیز قابل قبول است. خطای متوسط شبیه‌ساز ۹ درصد است. بیشترین خطای شبیه‌ساز مربوط به دو ساعت اول مرحله دوم خشک شدن بوده که قسمتی از آن، احتمالاً ناشی از تفاوت سرعت واقعی انتقال گرما سرعت پیش‌بینی شده توسط مدل است. بالاتر بودن دماهای اندازه‌گیری شده از مقادیر محاسبه شده توسط شبیه‌ساز، مؤید این امر است. همین امر موجب کمتر بودن سرعت دفع پیش‌بینی شده از مقادیر واقعی می‌گردد.

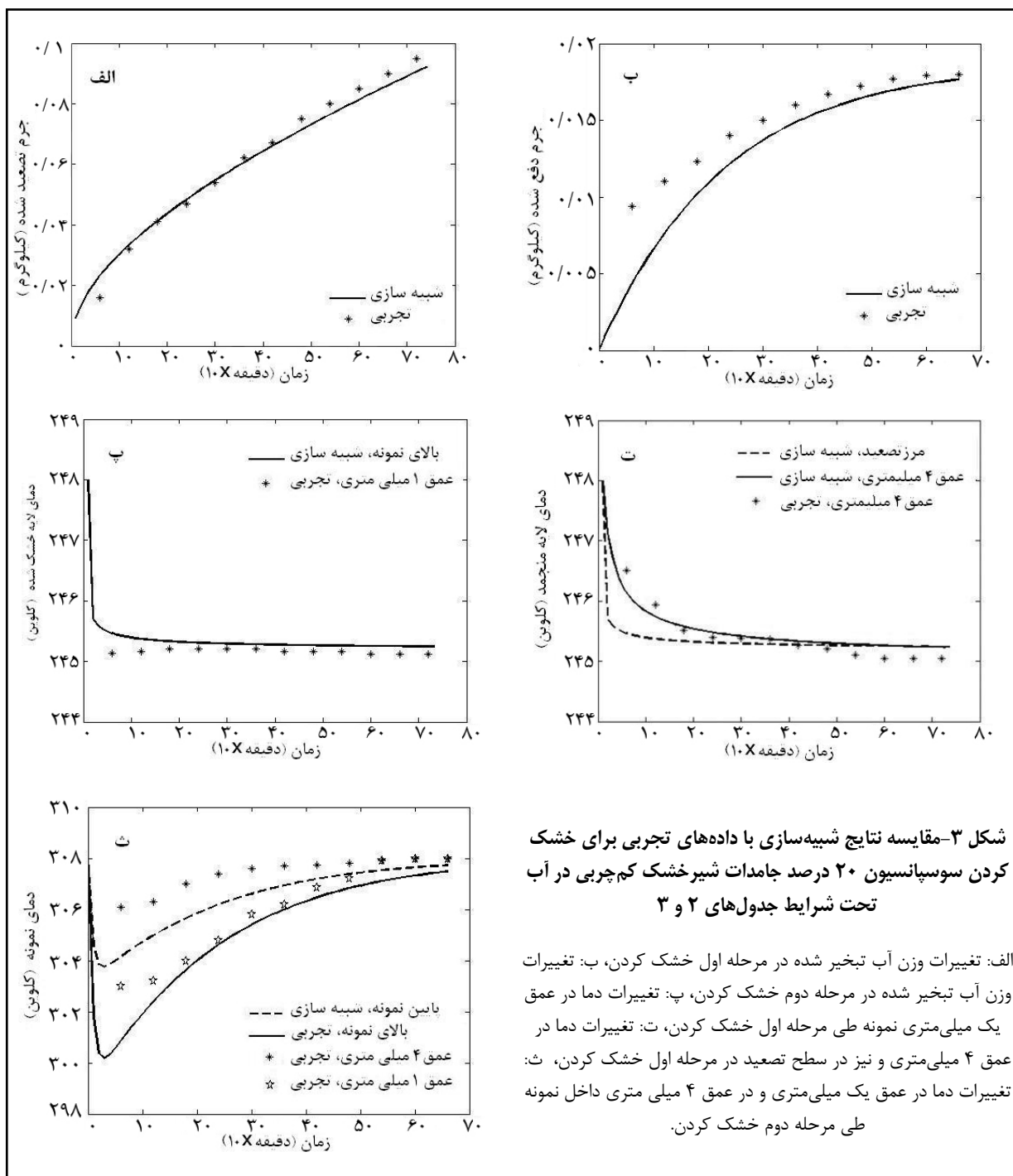
### روش آزمایش

به‌عنوان مطالعه موردی، خشک کردن سوسپانسیون ۲۰ درصد پودر شیرخشک در آب بررسی گردید. شیرخشک کم‌چربی از یک مغازه محلی خریداری و به نسبت ۲۰ به ۸۰ با آب مخلوط شد و به کمک هم‌زن مکانیکی به یک سوسپانسیون کاملاً یکنواخت تبدیل گردید. پس از سرد شدن کامل محفظه خشک‌کن ۱۴۰ گرم از سوسپانسیون به‌دست آمده را به‌صورت یک صفحه دایره‌ای به شعاع ۱۰ و ضخامت ۰/۵ سانتی‌متر به‌داخل آن ریخته شد و به‌طور یکنواخت در کف ظرف توزیع گردید. بلافاصله حسگرهای دما در نقاط مورد نظر داخل سوسپانسیون قرار داده شد و نمونه شروع به انجماد کرد.



مدلسازی مرحله اول فقط تصعید و در مرحله دوم، فقط دفع در نظر گرفته شده است. به هر حال به تدریج مقادیر پیش بینی شده و تجربی به یکدیگر نزدیک می شوند.

علت دیگر اختلاف مقادیر پیش بینی شده و مقادیر تجربی در انتهای مرحله اول و ابتدای مرحله دوم همراه شدن تصعید و دفع در این زمان می باشد در صورتی که در



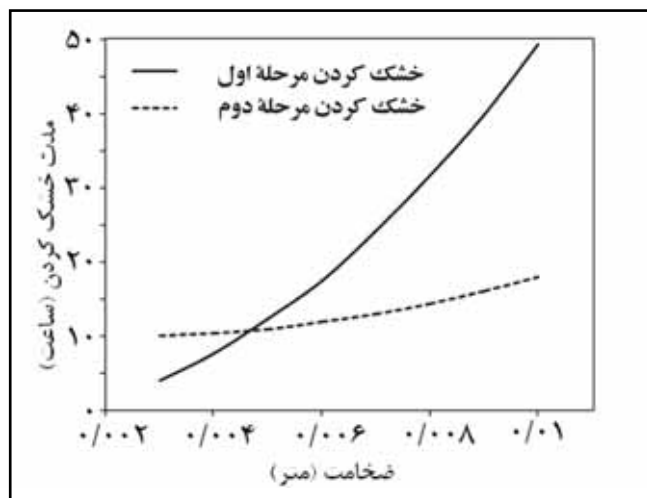
شکل ۳- مقایسه نتایج شبیه سازی با داده های تجربی برای خشک کردن سوسپانسیون ۲۰ درصد جامدات شیر خشک کم چربی در آب تحت شرایط جدول های ۲ و ۳

الف: تغییرات وزن آب تبخیر شده در مرحله اول خشک کردن، ب: تغییرات وزن آب تبخیر شده در مرحله دوم خشک کردن، پ: تغییرات دما در عمق یک میلی متری نمونه طی مرحله اول خشک کردن، ت: تغییرات دما در عمق ۴ میلی متری و نیز در سطح تصعید در مرحله اول خشک کردن، ث: تغییرات دما در عمق یک میلی متری و در عمق ۴ میلی متری داخل نمونه طی مرحله دوم خشک کردن.

### بررسی اثر ضخامت لایه خشک‌شونده بر سرعت خشک شدن

ضخامت، یک عامل مهم در خشک کردن انجمادی است. ظرفیت خشک‌کن متناسب با افزایش ضخامت لایه ماده افزایش می‌یابد. از طرف دیگر با افزایش ضخامت مقاومت در مقابل انتقال جرم و گرما زیاد می‌شود. با کمک شبیه‌سازی می‌توان تأثیر ضخامت بر سرعت خشک

شدن را به صورت کمی بررسی کرد (شکل ۴). دیده می‌شود که مدت خشک شدن در مرحله اول با توان دوم ضخامت متناسب است و در مرحله دوم، این وابستگی ضعیف‌تر است. به نظر می‌رسد که در مرحله اول، شرایط محیط خشک‌کن بر انتقال جرم و گرما تأثیرگذار و کنترل‌کننده خشک شدن است در حالی که در مرحله دوم خشک شدن، این محدودکنندگی، کمتر است.



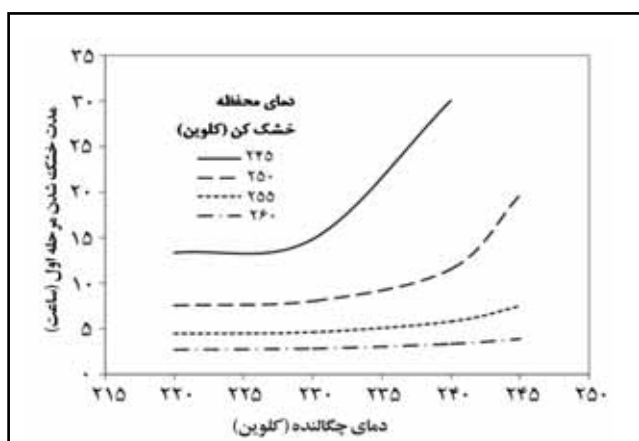
شکل ۴- شبیه‌سازی تأثیر ضخامت بر مدت خشک شدن مرحله اول (خط چین) و مرحله دوم (خط پیوسته). سایر شرایط در جدول‌های ۲ و ۳ ارائه شده‌اند.

### بررسی اثر دماهای محفظه خشک‌کن و چگالنده بر مدت خشک شدن

در خشک کردن انجمادی، دمای محفظه خشک‌کن در مرحله اول و دمای چگالنده در هر دو مرحله کمتر از دمای محیط می‌باشند. تأمین این دماها نیازمند استفاده از چرخه تبرید است که به انرژی زیادی نیاز دارد و هرچه بتوان آنها را به دمای محیط نزدیک کرد هزینه انرژی فرایند کاهش می‌یابد. به هر حال حد بالایی دما در محفظه خشک‌کن توسط دمای انجماد کامل نمونه (دمای یوتکتیک) محدود می‌شود.

دمای چگالنده نیز باید کمتر از دمای محفظه خشک‌کن باشد تا اختلاف فشار بخار آب در این دو، نیروی محرکه لازم برای انتقال بخار آب از خشک‌کن به چگالنده را فراهم آورد. هرچه این اختلاف، بیشتر باشد سرعت خشک شدن بیشتر شده و ظرفیت خشک‌کن افزایش می‌یابد. بدین ترتیب، انتخاب دمای چگالنده یک مقوله بهینه‌سازی است و شبیه‌سازی در این رابطه کارایی زیادی دارد. شکل ۵ اثر شبیه‌سازی شده دمای چگالنده بر مدت خشک شدن اولیه را در چند دمای مختلف محفظه خشک‌کن نشان می‌دهد.

بررسی عملکرد خشک کن انجمادی به کمک ...

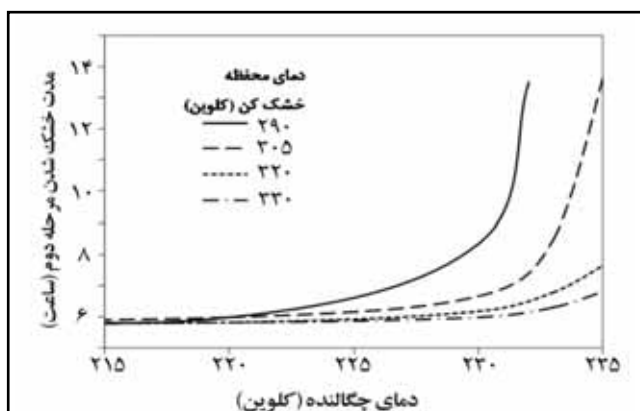


شکل ۵ - شبیه‌سازی اثر دمای چگالنده بر مدت خشک شدن اولیه در مقادیر مختلف دمای محفظه خشک کن. سایر شرایط در جدول‌های ۲ و ۳ ارائه شده‌اند.

فشار را نصف کرده است که در نتیجه مدت خشک شدن تقریباً دو برابر می‌شود.

اثر دمای چگالنده بر مدت مرحله دوم خشک شدن انجمادی در چند دمای مختلف محفظه در شکل ۶ مشاهده می‌شود. در این مورد نیز با افزایش دمای محفظه اثر تغییر دمای چگالنده تقلیل می‌یابد. نمودار مربوط به هر دمای محفظه دارای یک مجانب عمودی است که متناظر با دمایی است که در آن، فشار بخار آب در چگالنده برابر با فشار بخار آب ماده خشک شده می‌شود. بدین ترتیب، دمای قابل اعمال در چگالنده به رطوبت نهایی مورد نظر برای ماده خشک شده وابسته است.

همان‌طور که دیده می‌شود شدت اثر تغییر دمای چگالنده بر مدت خشک شدن با افزایش دمای محفظه خشک کن کاهش می‌یابد به طوری که در شرایط شبیه‌سازی در دمای ۲۶۰ کلوین این تأثیر ناچیز است. براساس رابطه ۹ جدول ۱، در این دما فشار بخار آب در محفظه ۱۹۶ پاسکال است در حالی که تغییر دمای چگالنده از ۲۲۰ به ۲۴۰ کلوین، فشار بخار آب را از ۲/۶ به ۲۷ پاسکال افزایش می‌دهد و در نتیجه اختلاف فشار محفظه و چگالنده تنها ۱۳ درصد تغییر می‌کند. از طرف دیگر در دمای ۲۴۵ کلوین، فشار بخار آب در محفظه ۴۶ پاسکال بوده و تغییر دمای چگالنده در محدوده مذکور اختلاف



شکل ۶ - شبیه‌سازی اثر دمای چگالنده بر مدت خشک شدن مرحله دوم در مقادیر مختلف دمای محفظه خشک کن. سایر شرایط در جدول‌های ۲ و ۳ ارائه شده‌اند.

### بررسی اثر سطح انتقال گرمای چگالنده

وارد کردن معادلات حاکم بر چگالنده در مدل، امکان بررسی تأثیر ابعاد و مشخصات آن را بر عملکرد خشک کن به ویژه مدت خشک شدن فراهم می‌آورد. یکی از این مشخصات، سطح انتقال گرماست که محل منجمد شدن بخار آب حاصل از خشک شدن می‌باشد. هرچه این سطح، کوچکتر باشد ضخامت لایه یخ بیشتر می‌شود و مقاومت در مقابل انتقال گرمای حاصل از انجماد به سیال مبرد زیادتر می‌گردد. در نتیجه دمای سطح یخ بالاتر می‌رود و از اختلاف فشار بخار آب در چگالنده و محفظه خشک کن کاسته می‌شود که نتیجه نهایی آن افزایش مدت خشک شدن است.

شکل ۷ اثر شبیه‌سازی شده سطح انتقال گرما بر مدت‌های مراحل اول و دوم خشک شدن را نشان می‌دهد. در این شکل سطح انتقال گرما به ازای هر کیلوگرم آب جدا شده در هر مرحله ارائه شده است.

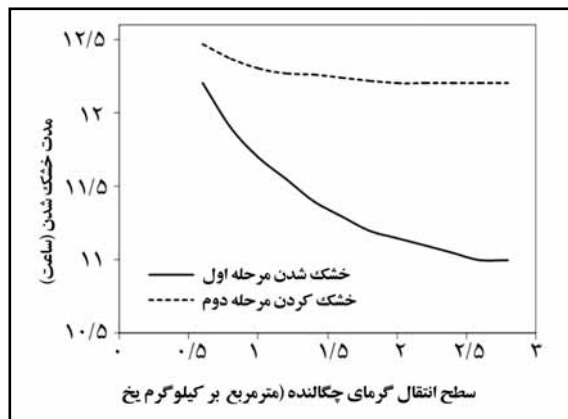
به دلیل کمتر بودن میزان رطوبت جدا شده در مرحله دوم در مقایسه با مرحله اول، تأثیر سطح جانبی چگالنده بر مدت خشک کردن مرحله دوم کمتر از مرحله اول است. بنابراین بهینه‌سازی سطح انتقال گرمای مورد نیاز برای چگالنده باید با توجه به سطح لازم در مرحله اول انجام شود که در این صورت، سطح انتخابی، برای مرحله دوم محدود کننده نیست.

با کمک شبیه‌سازی می‌توان یک نمودار دمایی برای چگالنده پیشگویی کرد که به تدریج با کاهش رطوبت ماده خشک شونده کاهش یابد به طوری که همواره اختلاف فشار قابل قبولی بین چگالنده و محفظه برقرار باشد.

تمام نمودارها دارای یک مجانب افقی مشترک هستند که متناظر با ۵/۸ ساعت است. برای شرایط شبیه‌سازی شده، کاهش مدت به کمتر از این مقدار از طریق افزایش دمای خشک کن و کاهش دمای چگالنده به دلیل وجود محدودیت‌های انتقال گرما و جرم و احتمالاً محدودیت‌های ترمودینامیکی امکان پذیر نیست.

در هر یک از دو مرحله خشک کردن در هر شرایط، کاهش دمای چگالنده از یک حد به پائین تأثیری در سرعت خشک شدن ندارد و تنها به افزایش هزینه انرژی می‌انجامد. در اینجا حد دمای چگالنده ۲۲۰ کلوین محاسبه شد. به کمک شبیه‌سازی می‌توان این حد را بدون نیاز به آزمایش‌های زیاد برای شرایط دیگر نیز به دست آورد. برای انتخاب دمای بهینه چگالنده لازم است اثر دما بر مصرف انرژی محاسبه گردد. به عنوان تخمین اولیه می‌توان از رابطه کارنو (رابطه ۲۸) برای چرخه تبرید ایده‌آل استفاده کرد:

$$\frac{\text{گرمای جذب شده از منبع سرد}}{\text{کار خالص مورد نیاز}} = \frac{Q_C}{W_T} = \frac{T_C}{T_{\text{سن}} - T_C} \quad (28)$$



شکل ۷- شبیه‌سازی اثر سطح انتقال گرمای چگالنده بر مدت‌های مراحل اول و دوم خشک شدن. سایر شرایط در جدول‌های ۲ و ۳ ارائه شده‌اند.

به کمک شبیه‌ساز و در نظر گرفتن هزینه انرژی، قیمت ساخت خشک‌کن و سایر اقلام هزینه می‌توان ابعاد و شرایط عملیاتی بهینه را برای خشک‌کن به دست آورد. شبیه‌سازی حاضر برای سوسپانسیون ۲۰ درصد ماده جامد شیر انجام گرفته ولی برای هر ماده دیگر در صورت موجود بودن مقادیر عددی مشخصات فیزیکی و ترمودینامیکی مورد نیاز، قابل انجام است.

## نتیجه گیری

مدل ارائه شده داده‌های تجربی را به خوبی شبیه‌سازی می‌کند. به کمک شبیه‌ساز، اثرات عوامل مختلف بر عملکرد خشک‌کن به ویژه مدت‌های مراحل اول و دوم خشک شدن قابل بررسی است. دسته‌ای از عوامل عملیاتی و هندسی خشک‌کن که در اینجا بررسی شده است عبارتند از دمای چگالنده، دمای محفظه خشک‌کن، ضخامت لایه خشک شونده و سطح انتقال گرمای چگالنده.

## مراجع

- Flickinger, M. F. and Drew, S. W. 1999. Encyclopedia of Bioprocess Technology. John Wiley & Sons.
- Francis, F. J. 2000. Food Science Technology. Second Edition, Vol.1, John Wiley & Sons.
- Goldblith, S. A., Rey, L. and Rothmayr, W. W. 1975. Freeze Drying: Advanced Food Technology. Academic Press, London.
- Liapis, A. I. and Bruttini, R. 2008. A mathematical model for the spray freeze drying process: The drying of frozen particles in trays and in vials on trays. Int. J. Heat and Mass Transfer. 52, 100-111.
- Lide, D. R. 2005. Handbook of Chemistry and Physics. CRC Press.
- Litchfield, R. J. and Liapis, A. I. 1979. An adsorption-sublimation model for a freeze dryer. J. Chem. Eng. Sci. 34, 1085-1090.
- Mascarenhas, W. J., Akayavby, H. U. and Pikal, M. J. 1997. A computational model for finite element analysis of the freeze-drying process. Comput. Methods Appl. Mech. Eng. 148, 105-124
- Mellor, J. D. 1978. Fundamentals of Freeze-Drying. Academic Press, London.
- Mujumdar, A. S. 2006. Freeze Drying. In: Hand book of Industrial Drying. Taylor & Francis Group LLC.
- Oetjen, G. W. and Haseley, P. 2004. Freeze-Drying. Second Edition. WILEY-VCH.
- Shahdad, M. 2009. Simulation, Optimization of Freeze Dryer. M. Sc. Thesis, Arak University. (in Farsi)
- Sheng, T. R. and Peck, R. E. 1975. Rate for freeze drying. AIChE J. 73, 124.
- Sandall, O. C., King, C. J. and Wilke, C. R. 1967. The relation between transport properties and Rates of freeze-drying of poultry Meat. AIChE J. 13, 428.
- Zamzow, W. H. and Marshall, W. R. 1952. Freeze drying with radiant energy. Chem. Eng. Prog. 48, 21-32.



## **Investigation of Freeze Dryer Performance Using Numerical Simulation**

**M.R. Shahdad, M. Khanahmadi\* and A. R. Fazlali**

\* Corresponding Author: Academic Member, Agricultural Engineering Research Department, Agricultural and Natural Resources Research Center, P. O. Box: 81785-199, Isfahan, Iran. E-mail: [khanahmadi@yahoo.com](mailto:khanahmadi@yahoo.com)  
Received: 9 January 2010, Accepted: 27 November 2010

A mathematical model was developed for freeze drying in which the dimensions and specifications of the condenser were considered for the first time. An appropriate program was written using MATLAB to solve model equations and simulate the process. The software successfully simulated the drying data of a suspension of 20% milk recorded in a lab scale freeze dryer. The simulator was then used to investigate the effect of dryer specifications on the timing of primary and secondary drying stages. The results showed that primary drying time is proportional to sample thickness squared, but the secondary drying time is less dependent. Condenser temperature nonlinearly affects both drying times. Dependency weakens with an increase in drying chamber temperature and eventually disappears at chamber temperatures above 255K for primary and 330K for secondary stages. The results also showed that a decrease in the condenser heat transfer area from 2 to 0.5 m<sup>2</sup> per kg of initial water will increase secondary stage drying time from 11 to 12 hours.

**Keywords:** Condenser, Freeze dryer, Mathematical model, Milk, Simulation, Software