

پیش‌بینی سری‌های زمانی کیفیت آب رودخانه سفیدرود با استفاده از مدل‌های خطی تصادفی

بهزاد جمالی و کیومرث ابراهیمی*

* نگارنده مسئول، نشانی: کرج، پردیس کشاورزی و منابع طبیعی، دانشکده مهندسی و فناوری کشاورزی، گروه مهندسی آبیاری و آبادانی، کد پستی: ۳۱۵۸۷-۷۷۸۷۱، تلفن: ۰۲۶۱۸۱-۲۲۲۶۱۸۱ (۰۲۶۱)، پیام نگار: Ebrahimik@ut.ac.ir

** بهترتبی دانشجوی کارشناسی ارشد مهندسی منابع آب و استادیار گروه مهندسی آبیاری و آبادانی دانشگاه تهران

تاریخ دریافت: ۱۰/۱۰/۸۹؛ تاریخ پذیرش: ۱۲/۰۴/۹۰

چکیده

پیش‌بینی کیفیت آب رودخانه‌ها به منظور مدیریت مناسب حوضه آنها ضروری است، تا توان برای کنترل مقدار آلاینده‌ها و رساندن آنها به حد مجاز گام‌هایی برداشت. در مقاله حاضر، قابلیت پیش‌بینی سری‌های زمانی پارامترهای هدایت‌الکتریکی و کلر ایستگاه آستانه از رودخانه سفیدرود با استفاده از مدل‌های خطی تصادفی بررسی شده است. به منظور پیش‌بینی فصلی سری‌های زمانی پارامترهای مذکور، از مدل خودهمبسته میانگین متحرک فصلی انباشته (SARIMA) استفاده شد. برای برآذش این مدل از سری‌های زمانی بین سال‌های ۱۳۷۰ تا ۱۳۸۱، و به منظور صحت سنجی مدل از داده‌های سال‌های ۱۳۸۲ تا ۱۳۸۴ استفاده شد. ابتدا روند و ایستایی سری‌های زمانی هدایت‌الکتریکی و کلر به ترتیب با آزمون‌های من-کنдал بررسی و پس از آن الگوهای فصلی ۱۲ ماهه پس از تفاضل‌گیری مرتبه اول حذف شد. مدل‌سازی یک سری زمانی به طور کلی شامل سه مرحله است: شناسایی مدل، برآورد پارامترهای مدل، و کنترل تشخیصی. در مرحله شناسایی، با استفاده از توابع خودهمبسته و خودهمبسته جزئی مدل‌های مختلف SARIMA شناسایی و مدلی که کمترین مقدار ضربیت آکائیک را داشت به عنوان بهترین مدل برآذش داده شده انتخاب شد. پارامترهای مدل با استفاده از روش تخمین حداقل مربعات باقیمانده‌ها برآورد شد. در مرحله کنترل تشخیصی، مشاهده شد که با قیمانده مدل‌ها مستقل، همسان واریانس و دارای توزیع نرمال است. سری‌های زمانی هدایت‌الکتریکی و کلر برای سال‌های ۱۳۸۴ تا ۱۳۸۲ توسط مدل‌های انتخاب شده پیش‌بینی شد. به منظور صحت سنجی مدل، میانگین و واریانس داده‌های مشاهده‌ای و پیش‌بینی شده مقایسه شدند و اختلاف معنی‌داری بین آنها مشاهده نشد. ریشه خطای مربعات متعدد برای پارامترهای هدایت‌الکتریکی و کلر به ترتیب برابر ۰/۶۷۸ و ۰/۲۲۷ بود. به این ترتیب با اطمینان بالا می‌توان روش SARIMA را برای پیش‌بینی مقادیر هدایت‌الکتریکی و غلظت کلر در ایستگاه آستانه از رودخانه سفیدرود پیشنهاد کرد.

واژه‌های کلیدی

سری زمانی، کلر، من-کنдал، هدایت‌الکتریکی، SARIMA

مقدمه

بعضی از آنها آلودگی را حتی با چشم می‌توان دید. حوضه آبریز سفیدرود در شمال غرب ایران و در محل تلاقی رشته کوه‌های البرز، زاگرس قرار دارد و دارای دو سرشاخه اصلی است. سرشاخه شاهرود در جهت جنوب شرقی - شمال غربی و سرشاخه قزل اوزن در جهت جنوب

گسترش مراکز جمعیتی و فعالیت‌های کشاورزی، صنعتی، و معدنی در حوضه آبریز رودخانه‌ها بدون دقت کافی به مسائل زیست محیطی سبب توسعه آلودگی در بسیاری از رودخانه‌های کشور شده است، تا آنجا که در

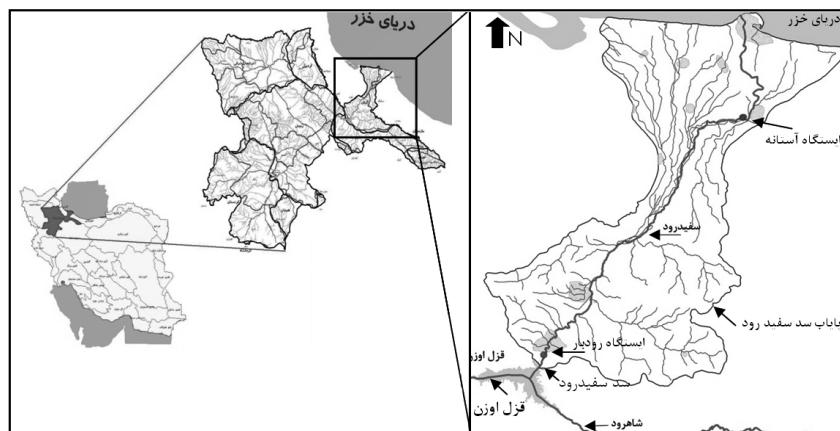
آبی است. در این بازه، چندین سرشاخه با دبی‌های قابل توجه به رودخانه تخلیه می‌شوند که تغییراتی را در دبی رودخانه سفیدرود ایجاد می‌کنند.

در منطقه پایاب سد سفیدرود، پارامتر شوری نقشی مهم در کاهش تولید محصولات زراعی دارد. در اکثر گیاهان، آنیون کلر موجود در منابع آب و خاک عامل اصلی کاهش رشد و عملکرد محصولات است. کرباسی و شهبازی (Karbasi & Shahbazi, 2008) با استفاده از تکنیک آماری تحلیل عاملی نشان دادند که پارامترهای کلر (Cl) و هدایت الکتریکی (EC) از مهمترین عوامل مؤثر در کیفیت آب رودخانه‌های استان گیلان هستند. مشخصات آماری پارامترهای EC و Cl مربوط به دوره زمانی ۱۳۷۰ تا ۱۳۸۴ از ایستگاه‌های هیدرومتری آستانه و رودبار (شکل ۱) در جدول (۱) ارائه شده است. غلظت کلر در طول رودخانه تغییر زیادی ندارد. شبیه‌سازی پارامتر هدایت الکتریکی در طول رودخانه سفیدرود در ۴ ماه از سال ۱۳۸۷ به کمک مدل واسنجی شده QUAL2K نشان می‌دهد که این پارامتر تحت تأثیر منابع گستردگی در طول رودخانه سفیدرود نیست.

پیش‌بینی هدایت الکتریکی و غلظت کلر می‌تواند نقشی مهم در مدیریت و برنامه‌ریزی موضوع کاهش تأثیرات آلودگی سفیدرود داشته باشد. در این خصوص می‌توان از مدل‌های خودهمبسته میانگین متحرک^۱ (ARMA)، خودهمبسته میانگین متحرک انباشت^۲ (ARIMA)، روش‌های تشخیص الگو^۳، و مدل‌های فیزیکی استفاده کرد.

به شمال جریان دارد (شکل ۱). محدوده مورد مطالعه در این تحقیق، پایاب سد سفیدرود است با مساحتی حدود ۲۸۳۵ کیلومتر مربع که از بعد از سد سفیدرود شروع می‌شود و پس از پیمودن حدود ۱۱۵ کیلومتر و عبور از شهر رودبار، رستم آباد، توکابن، آستانه اشرفیه، و کیاشهر به دریای خزر می‌رسد. جریان آب تنظیمی از سد سفیدرود در محدوده شبکه آبیاری سفیدرود توزیع می‌شود و شالیزارهای زیردست را آبیاری می‌کند. حدود ۸۰ درصد آب مورد نیاز ۲۳۰۰۰ هکتار از شالیزارهای استان گیلان از شبکه آبیاری سفیدرود تأمین می‌شود. به‌طور کلی بازدیدهای میدانی، سنجش‌ها، و ارزیابی‌ها نشان می‌دهد که رودخانه سفیدرود با مشکلات متعددی روبرو است مانند: تخلیه^۴ فاضلاب‌های خام شهری و صنعتی، ورود زه‌آب‌های کشاورزی، برداشت مصالح رودخانه‌ای، فرسایش، و منابع آلاینده طبیعی. بسیاری از بازه‌های رودخانه بالقوه آسیب پذیر است، ولی شدت آلودگی تنها در برخی از بازه‌های این محدوده از رودخانه بالا است و اولویت بالایی نیز برای اجرای برنامه‌های کنترل و کاهش آلودگی دارند. این بازه‌ها اغلب در محدوده مراکز جمعیتی و صنعتی قرار دارند، بنابراین میزان مخاطرات ناشی از آلودگی آنها بالا است.

در طول رودخانه سفیدرود، ۴۲ آبادی، هر یک با فاصله‌ای کمتر از ۱۰۰۰ متر نسبت به محور و در دو طرف رودخانه قرار دارند و منابع آلاینده نقطه‌ای زیادی در طول رودخانه به ثبت رسیده است. کاربری اراضی زیردست سد در مجاور این رودخانه، علاوه بر مسکونی پراکنده، از کیلومتر صفر تا ۱۸ مرتع و از کیلومتر ۱۱۵ تا ۱۱۵ زراعت



شکل ۱- موقعیت کلی محدوده مورد مطالعه

جدول ۱- پارامترهای آماری EC و Cl در ایستگاه‌های هیدرومتری رودبار و آستانه

پارامتر	ایستگاه	دوره	کمینه	بیشینه	میانگین	انحراف معیار
EC	رودبار	۱۳۷۰-۱۳۸۴	۴۰۰	۲۳۷۴	۱۲۷۲	۴۱۳
(میکروزیمنس بر سانتی‌متر)	آستانه	۱۳۷۰-۱۳۸۴	۲۵۲	۲۳۳۶	۱۱۶۸	۴۱۵/۶
Cl	رودبار	۱۳۷۰-۱۳۸۴	۰/۳۹	۱۴/۵	۶/۰۴	۲/۸۲
(میلی‌گرم بر لیتر)	آستانه	۱۳۷۰-۱۳۸۴	۲	۱۵/۶	۵/۷۸	۲/۸۵

2006 با استفاده از مدل پارامتری تنظیمی فصلی ARIMA در نرم‌افزار SAS، روند طولانی مدت کیفیت آب چند رودخانه را که به طور تصادفی انتخاب شدند پیش‌بینی کردند. بن‌جیهی و همکاران (Benyahya *et al.*, 2007) سری زمانی هفتگی حداکثر دمای رودخانه Deschutes را با استفاده از مدل‌های خودهمبسته (AR) و خودهمبسته دوره‌ای (PAR) مدل‌سازی کردند. حسن‌زاده و همکاران (Hassanzadeh *et al.*, 2008) تجزیه و تحلیل سری زمانی، توزیع فراوانی، و پیش‌بینی غلظت SO_2 برای دوره ۲۰۰۰-۲۰۰۵ در پنج ایستگاه هیدرومتری شهر تهران با استفاده از مدل ARMA بررسی کردند. دوردو (Durdu, 2009) غلظت بور را در ۵ ایستگاه هیدرومتری رودخانه بویوک مندرس^۱ ترکیه با استفاده از مدل‌های SARIMA و ARIMA به مدت ۳۶ ماه پیش‌بینی کرد. هدف از تحقیق حاضر، توسعه یک مدل خطی تصادفی برای پیش‌بینی میزان هدایت الکتریکی و غلظت

یکی از روش‌های پیش‌بینی فرآیندهای پویا و تصادفی در سری‌های زمانی ایستا، استفاده از تحلیل سری زمانی است. به منظور پیش‌بینی کیفیت آب رودخانه با روش‌های تصادفی در تجزیه و تحلیل سری زمانی، محققان مطالعات زیادی کرده‌اند. احمد و همکاران (Ahmad *et al.*, 2001) برای پیش‌بینی کیفیت آب رودخانه گنگ در هند به منظور ARIMA مدیریت صحیح حوضه آن رودخانه از مدل استفاده کردند و نتیجه گرفتند که در زمان مناسب می‌توان برای کاهش آلاینده‌ها و رساندن آن به حد مجاز استانداردها گام‌هایی برداشت. کورونچ و همکاران (Kurunç *et al.*, 2005) با اندازه‌گیری پتاسیم، سدیم، کلر، منیزیم، کلسیم، سولفات، دما، هدایت الکتریکی، pH، و SAR، عملکرد دو روش SARIMA و توomas - فیرینگ را در پیش‌بینی کیفیت آب و جریان رودخانه در ایستگاه پایش دوروجاسو واقع در رودخانه سیرلماک ترکیه مطالعه کردند. راگاوان و فرناندرز (Ragavan & Fernandez, 2005)

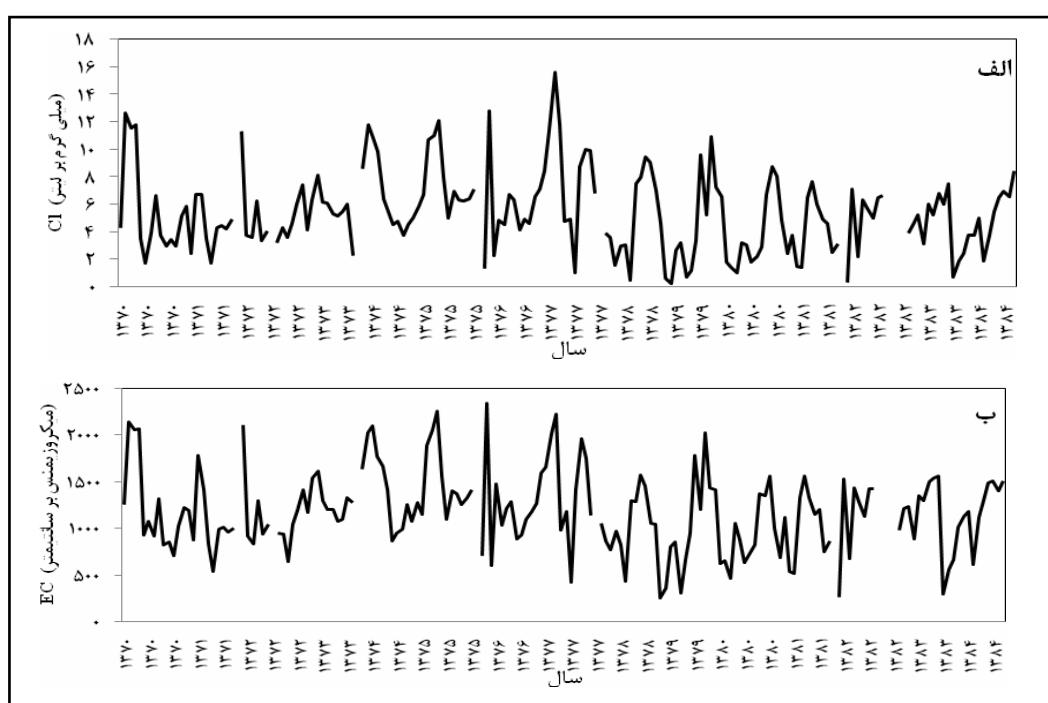
داده‌های ثبت نشده هدایت الکتریکی و کلر ایستگاه آستانه با استفاده از روش میان‌یابی (راگاوان و فرناندز) در نرم‌افزار SAS میان‌یابی شد. برای بررسی روند سری زمانی هدایت الکتریکی و کلر از آزمون من-کنдал^۱ غیر فصلی استفاده شد. این آزمون غیر پارامتری برای تشخیص روند در داده‌های سری زمانی است و یکی از مزایای آن این است که داده‌ها نیاز به مطابقت با هیچ توزیع خاصی ندارند. مزیت دوم این آزمون حساسیت کم به پرس‌های کوچک در سری‌های زمانی ناهمگن است (Durdu, 2009). این آزمون را ابتدا Mann در سال ۱۹۴۵ ارائه و پس از آن Kendall در سال ۱۹۶۶ توسعه داد. این آزمون نیز مانند دیگر آزمون‌های آماری بر مبنای مقایسه فرض صفر و یک است و در نهایت در مورد پذیرش یا رد فرض صفر تصمیم‌گیری می‌کند.

فرض صفر این آزمون مبنی بر تصادفی بودن و فقدان روند در سری داده‌های است و پذیرش فرض یک (رد فرض صفر) دال بر وجود روند در سری داده‌های است.

کلر ایستگاه آستانه رودخانه سفیدرود است. از بین دو ایستگاه هیدرومتری آستانه و رودبار، ایستگاه آستانه به این دلیل بررسی شد که داده‌های ثبت نشده در آن کمتر بود (شکل ۲). مقایسه میانگین ماهانه پارامترهای هدایت الکتریکی و کلر در ایستگاه‌های آستانه و رودبار نشان می‌دهد که مقادیر میانگین این دو پارامتر در ماههای مختلف در سطح ۵ درصد اختلاف معنی‌داری ندارند. بنابراین، پیش‌بینی این دو پارامتر در ایستگاه آستانه می‌تواند برآورد خوبی نیز برای ایستگاه رودبار باشد.

مواد و روش‌ها

داده‌های مورد نیاز این تحقیق شامل داده‌های سری زمانی هدایت الکتریکی و کلر ایستگاه آستانه و رودبار از سازمان تحقیقات منابع آب ایران تهیه شد. شکل ۲ نمودارهای سری زمانی هدایت الکتریکی و کلر را در ایستگاه آستانه برای سال‌های ۱۳۷۰ تا ۱۳۸۴ نشان می‌دهد. بریدگی‌های این نمودارها نشان دهنده دوره‌هایی است که در آنها داده‌ها ثبت نشده است.



شکل ۲- الف: نمودار سری زمانی کلر؛ ب: سری زمانی هدایت الکتریکی ایستگاه آستانه

Z_t جزء استوکستیک سری زمانی، B عملگر انتقال پسرو^۲، $\varphi(B)$ و $\theta(B)$ به ترتیب چند جمله‌ای‌های از مرتبه p و q هستند (Durdu, 2009). رابطه ۲ و ۳ به ترتیب مدل $AR(p)$ و $MA(q)$ را نشان می‌دهند.

$$\varphi(B)\nabla^d z_t = \theta(B)a_t \quad (1)$$

$$\varphi(B) = (1 - \varphi_1 B - \varphi_2 B^2 - \dots - \varphi_p B^p) \quad (2)$$

$$\theta(B) = (1 - \theta_1 B - \theta_2 B^2 - \dots - \theta_q B^q) \quad (3)$$

باکس و همکاران (Box et al., 1994) مدل SARIMA را برای سری‌های زمانی فصلی توسعه دادند. در صورتی که در یک سری زمانی رفتار تناوبی در فواصل زمانی مشخص (s) مشاهده شود، این سری زمانی دارای تناوب فصلی است و برای مدل‌سازی آن از مدل SARIMA استفاده می‌شود.

مدل SARIMA $ARIMA(p, d, q)(P, D, Q)$ به صورت Q نشان داده می‌شود که در آن (p, d, q) بخش غیرفصلی مدل و (P, D, Q) بخش فصلی مدل است. رابطه ۴، مدل SARIMA را نشان می‌دهد که در آن: P تعداد جملات خود رگرسیون فصلی، D تعداد جملات میانگین متحرک فصلی، d تعداد دفعات تفاضل‌گیری AR مرتبه اول فصلی، s طول فصل، Φ پارامتر فصلی مدل AR از مرتبه P ، و Θ پارامتر فصلی مدل MA از مرتبه Q است (Durdu, 2009).

$$\varphi_p(B)\phi_P(B^s)\nabla^d\nabla_s^D z_t = \theta_q(B)\theta_Q(B^s)a_t \quad (4)$$

همانطور که اشاره شد، استفاده از تفاضل در سری زمانی یکی از روش‌های ایستا کردن آن سری است. یک سری زمانی بعد از تفاضل به صورت رابطه ۵ بیان می‌شود

به منظور پیش‌بینی سری‌های زمانی پارامترهای هدایت الکترونیکی و کلر رودخانه سفیدرود از مدل خودهمبسته میانگین متحرک فصلی انباشته^۱ (SARIMA) استفاده شد. دوازده سال (۱۳۷۰ تا ۱۳۸۱) از سری زمانی هدایت الکترونیکی و کلر ایستگاه آستانه برای انتخاب بهترین مدل و ۳ سال (۱۳۸۲ تا ۱۳۸۴) برای صحبت‌سنگی آن استفاده شد. مدل‌های AR در ترکیب با مدل‌های MA، مدل عمومی سری زمانی ARMA را تولید می‌کنند. مدل ARMA برای سری‌های زمانی ایستا کاربرد دارد. باکس و جنکینز (Box & Jenkins, 1976) مدل ARIMA را برای سری‌های زمانی غیر ایستا توسعه دادند. با d مرتبه تفاضل‌گیری مرتبه یک، سری‌های زمانی غیر ایستا به سری‌های زمانی ایستا تبدیل می‌شوند. اگر یک سری زمانی پس از d مرتبه تفاضل‌گیری مرتبه اول ایستا و بعد توسط فرآیند $ARMA(p, q)$ مدل‌سازی شود، در این صورت سری زمانی اصلی، خودهمبسته میانگین متحرک فصلی $ARIMA(p, d, q)$ خواهد بود که در آن p تعداد جملات خود رگرسیون، q تعداد جملات میانگین متحرک و d تعداد دفعات تفاضل‌گیری مرتبه اول برای ایستا شدن سری زمانی است. هدف این مدل، شناسایی و تعیین یک مدل آماری است که بتوان آن را مدل تولید کننده داده‌های نمونه واقعی از فرآیند تصادفی تعبیر کرد. در صورتی که از مدل ARIMA برای پیش‌بینی استفاده شود ضرورت دارد ویژگی‌های آن در طی زمان ثابت باشد. بنابراین، دلیل نیاز به سری زمانی ایستا این است که هر مدلی که از این سری‌ها به دست آید می‌توان ثابت دانست و مبنایی معتبر برای پیش‌بینی‌ها به شمار آورد (Pokorny, 1987). معادله عمومی مدل ARIMA(p, d, q) را می‌توان به صورت رابطه ۱ (Box & Jenkins, 1976) ارائه داد که در آن d ، p و q مقادیر صفر و یا مثبت هستند (Mishra & Desai, 2005). در این رابطه،

معیار اطلاعات آکائیک^۴ (AIC) استفاده می‌شود، Akaike, ۱۹۷۴). از میان تمام مدل‌ها، عموماً باقیمانده^۵ مدلی که کمترین مقدار را دارد، بیشترین شباهت را به خطای تصادفی (اختلال سفید)^۶ خواهد داشت (Makridakis *et al.*, 2003). بنابراین، مدلی که کمترین مقدار AIC را دارد به عنوان مدل اولیه انتخاب شد. رابطه ریاضی محاسبه AIC به صورت رابطه ۷ است، که در آن:

$$m = (p + q + P + Q)$$

رفته در مدل، و RSS مجموع مربعات باقیمانده‌هاست.

$$AIC = n^* \left(\ln \left(\frac{2^* \pi^* RSS}{n} \right) + 1 \right) + 2^* m \quad (7)$$

پس از تعیین مدل ARIMA، پارامترهای این مدل با روش تخمین حداقل مربعات برآورد شد. روش تخمین حداقل مربعات بر مبنای یافتن تخمین‌گرها با هدف حداقل‌سازی مجموع مربع تفاوت‌ها بین مقادیر مشاهده شده و مقادیر تخمینی بنا شده است. به منظور یافتن حداقل مجموع مربعات خطای باید تمام مشتقات جزیی آن نسبت به پارامترهای تخمینی برابر صفر باشد (Malmir, 2006).

در مرحله کنترل تشخیصی، باقیمانده‌های مدل بررسی می‌شود تا درستی مدل و پارامترهای تعیین شده در مرحله قبل ثابت شود. برای بررسی اینکه باقیمانده‌ها مستقل، واریانس همسان^۷، و سری‌ها دارای توزیع نرمال هستند روش‌های مختلفی وجود دارد. یک آزمون ساده برای بررسی استقلال آن است که باید باقیمانده‌های حاصل از مدل اختلال سفید باشند. به عبارت دیگر باقیمانده‌ها باید سری‌هایی باشند که به صورت تصادفی از یک توزیع نرمال با میانگین صفر و واریانس ثابت انتخاب شده باشند. و گرنه باید مدل را رد و از ابتدا (مرحله اول)

که در آن، x_t سری زمانی و s نشانگر تأخیر زمانی در تفاضل است. برای رسیدن به ایستایی، تفاضل‌ها می‌تواند چند بار تکرار شود. برای مثال، برای دو بار تفاضل گیری و تأخیر زمانی ۱۲، رابطه ۵ به صورت رابطه ۶ بیان می‌شود که در آن w سری جدید حاصل از تفاضل است.

$$u_t = x_t - x_{t-s} \quad (8)$$

$$W_t = u_t - u_{t-12} = (x_t - x_{t-12}) - (x_{t-12} - x_{t-24}) \quad (9)$$

مدل‌سازی سری زمانی شامل ۳ مرحله است: تشخیص، تخمین مدل، و کنترل تشخیصی^۱ (Box & Modares, 2007), (Mishra & Desai, Jenkins, 1976)) در مرحله^۲ تشخیص، با استفاده از توابع خودهمبسته^۳ (ACF) و خودهمبسته جزیی^۴ (PACF)، مقادیر p و q شناسایی می‌شوند. مرحله تشخیص شامل دو مرحله است: ۱- در صورت لزوم تفاضل گیری مرتبه اول؛ ۲- سم توابع ACF و PACF برای تشخیص مقادیر P و Q . برای بررسی وجود خودهمبستگی در سری زمانی، ACF ابزار آماری مناسبی است. مقدار ACF در تأخیر صفر برابر ۱ است و همواره در بازه ۱-۱ قرار می‌گیرد. به طور کلی، آزمون خودهمبستگی باید برای تأخیر ۱ تا $\frac{n}{4}$ انجام شود که در آن n تعداد کل مشاهدات است. تأخیرهای بیشتر به لحاظ آماری غیرقابل اطمینان هستند (Box & Jenkins, 1976). PACF تأثیر خودهمبستگی در تأخیرهای کوچک‌تر را از همبستگی تأخیرهای بزرگ‌تر حذف می‌کند. به سخنی دیگر همبستگی جزیی عبارت است از همبستگی بین y_t و y_{t-k} ، پس از حذف تأثیر k تعداد Y میانی. با در نظر گرفتن نمودارهای ACF و PACF سری‌های زمانی هدایت الکترونیکی و کلر، مدل‌های مختلف ARIMA برای انتخاب مدل مناسب شناسایی شد. برای انتخاب بهترین مدل از

1- Diagnostic checking

3- Partial Auto Correlation Function

5- Residuals

7- Homoscedastic

2- Auto Correlation Function

4- Akaike Information Criterion

6- White noise

نشان می‌دهد که باقیمانده‌ها به طور مساوی در اطراف میانگین توزیع شده‌اند. برای صحبت‌سنجی مدل، از آزمون‌های Z و F به ترتیب برای مقایسه میانگین و واریانس داده‌های پیش‌بینی شده و داده‌های مشاهداتی سری زمانی از سال ۱۳۸۲ تا ۱۳۸۴ استفاده شد. همچنین ریشه خطای مربعات متوسط برای هر دو پارامتر از رابطه ۷ برآورد شد:

$$RMSE = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N [z(x_i) - z'(x_i)]^2} \quad (9)$$

که در آن،
 $=z(x_i)$ = مقدار ثبت شده؛ $=z'(x_i)$ = مقدار پیش‌بینی شده؛ N = تعداد داده‌های پیش‌بینی شده؛ و $=RMSE$ = ریشه خطای مربعات متوسط است (Karamouz & Araghinejad, 2005), (Ahmad et al., 2001)

شروع کرد. برای آزمون اول بررسی استقلال باقیمانده‌ها، ACF و PACF باقیمانده‌ها بررسی شد. در صورتی که توابع خودهمبسته و خودهمبسته جزیی باقیمانده‌ها اختلاف معنی‌داری با صفر نداشته باشند، بین باقیمانده‌ها همبستگی وجود ندارد و در نتیجه باقیمانده‌ها مستقل هستند. آزمون لجانگ-باکس^۱ (LB) به عنوان آزمون دوم برای بررسی استقلال باقیمانده‌ها به کار رفت. به منظور تست فرض صفر (اختلال سفید بودن)، آزمون برای تعداد مختلف کل خودهمبستگی‌ها در تأخیرهای پی در پی انجام شد. آزمون LB با رابطه ۸ تعریف می‌شود- (Ljung, 1978)

$$LB = n(n+2) \sum_{k=1}^l \frac{r_k^2}{n-k} \quad (8)$$

که در آن،

$=l$ = تعداد کل تأخیرهای خودهمبستگی؛ n = تعداد نمونه؛ و $=r_k$ = خودهمبستگی باقیمانده‌ها، در تأخیر k است. آزمون LB دارای توزیع خی دو (χ^2) با درجه آزادی l است. اگر LB محاسبه شده از مقدار بحرانی به دست آمده از جدول خی دو در سطح معین بزرگ‌تر باشد فرض صفر رد می‌شود. برای آزمون نرمال بودن باقیمانده‌ها از رسم هیستوگرام باقیمانده‌ها، رسم احتمال نرمال باقیمانده‌ها و آزمون کلموگروف – اسمیرنوف^۲ (K-S) باقیمانده استفاده شد. آزمون K-S یک آزمون ناپارامتری برای بررسی برازش داده‌ها بر یک توزیع تئوری است (Durdu, 2009). برای شرح کامل این آزمون به مرجع (Karamouz & Araghinejad, 2005) مراجعه شود. به منظور بررسی همواریانسی باقیمانده‌ها، مقادیر باقیمانده‌ها در مقابل مقادیر برازش داده شده رسم شد. این نمودار، پراکندگی تصادفی را در اطراف صفر نشان می‌دهد و به سخنی دیگر

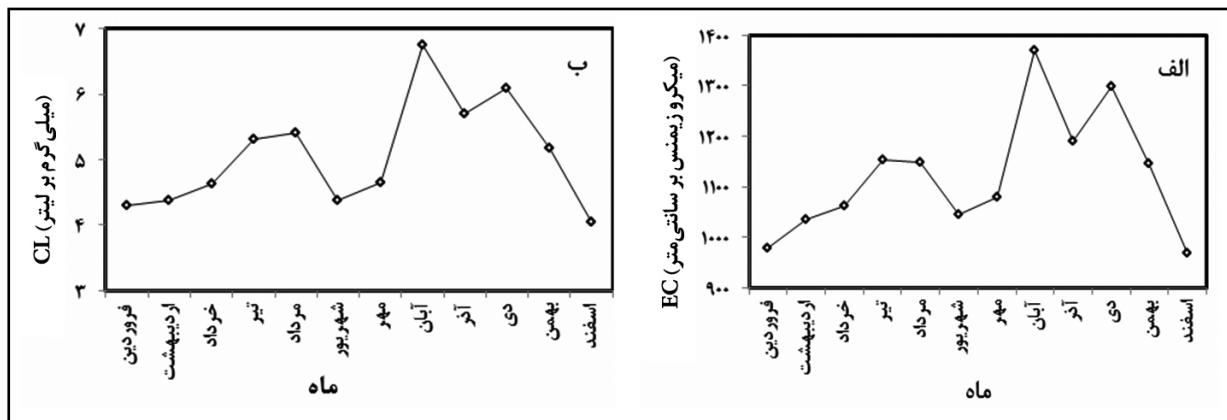
نتایج و بحث

بررسی روند و ایستایی

در بررسی روند سری زمانی هدایت الکترونیکی و کلر براساس آزمون ناپارامتری من-کنдал فرض صفر که مبنی بر عدم وجود روند در سری‌های زمانی مورد بررسی است، در سطح ۵ درصد رد نشد و در نتیجه تفاضل‌گیری غیر فصلی ضروری تشخیص داده نشد. از آنجا که در این تحقیق مدل‌سازی در مقیاس ماهانه مد نظر بوده است، حالت تناوبی ماهانه نیز بررسی شد. شکل ۳ به وضوح وجود تناوب را در میانگین‌های ماهانه مقادیر هدایت الکترونیکی و کلر نشان می‌دهد. توابع ACF و PACF این سری‌های زمانی در چند تأخیر اول مضرب ۱۲ تفاوت معنی‌داری با صفر دارد که نشان دهنده دوره تناوب ۱۲ و در نتیجه فقدان ایستایی در سری‌های زمانی مورد بررسی

ARIMA($p, 0, q$)($P, 1, Q$)₁₂ این ترتیب، کلیه مدل‌های در مرحله تشخیص مدل بررسی شدند.

است. تفاضل فصلی مرتبه اول این سری‌ها در سطح ۵ درصد نشان داد که سری‌های زمانی فوق ایستا هستند. به



شکل ۳- الف: میانگین ماهانه هدایت الکتریکی، و ب: میانگین ماهانه غلظت کلر در ایستگاه آستانه

با توجه به این توابع مدل‌های مختلف SARIMA شناسایی شد. از بین مدل‌های مناسب پیش‌بینی شده، مدل‌های فصلی و غیر فصلی که کمترین ضریب AIC را داشتند انتخاب شدند. جدول ۲ مدل‌های انتخاب شده و ضریب AIC متناظر را نشان می‌دهد. مدل‌های ARIMA(2,0,1)(1,1,2)₁₂ و ARIMA(2,0,1)(1,1,1)₁₂ که کمترین مقدار AIC را دارند هستند به ترتیب برای پارامترهای کلر و هدایت الکتریکی انتخاب شدند.

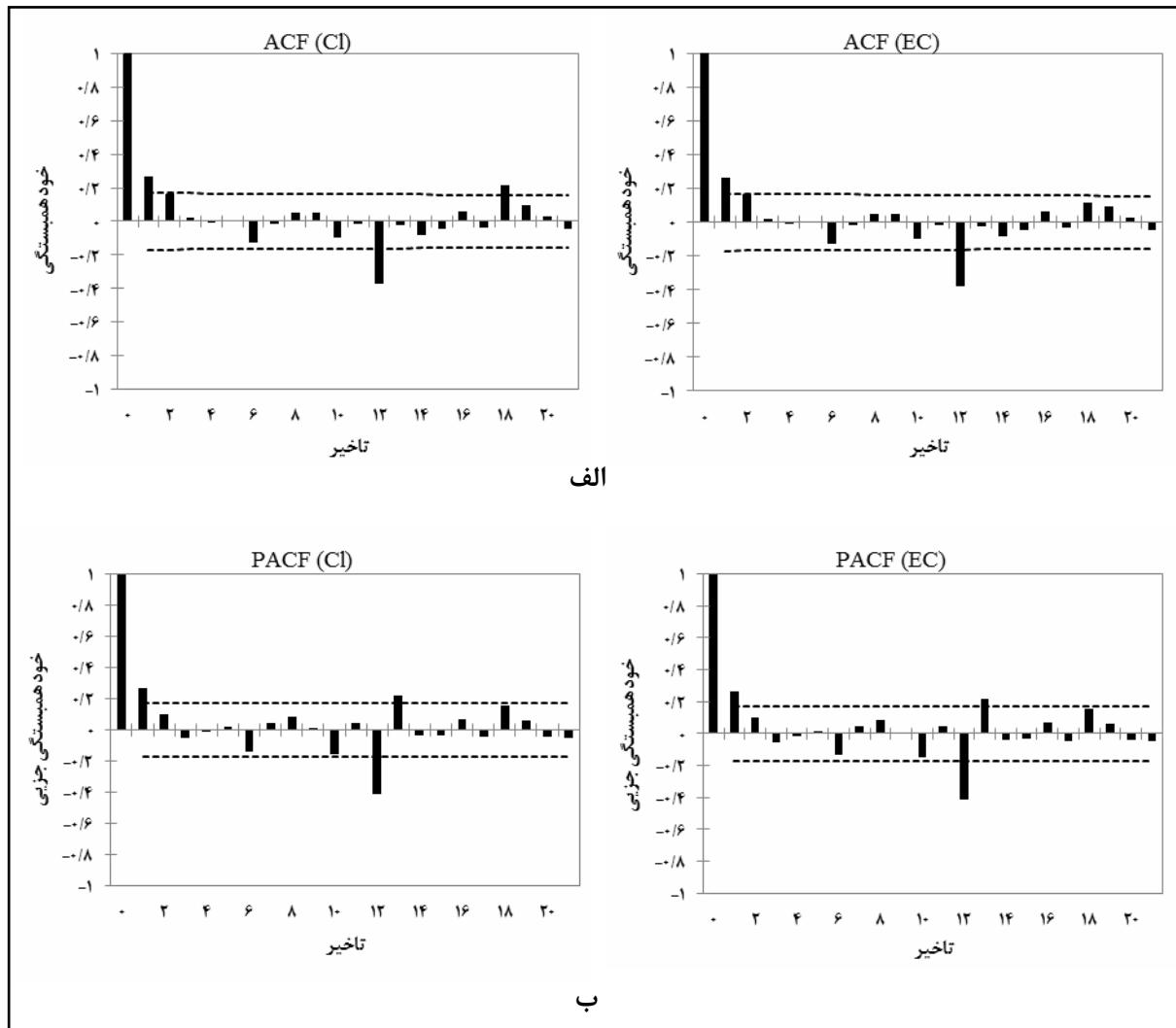
تشخیص مدل

شکل ۴. (الف و ب) به ترتیب توابع ACF و PACF تفاضل فصلی اول سری زمانی هدایت الکتریکی و کلر را نشان می‌دهد. ACF برای هر دو پارامتر در وقفه‌های ۱، ۲ و ۱۲ معنی دار است (شکل ۴. الف). در تمامی دیگر وقفه‌ها این همبستگی‌ها اختلاف معنی‌داری با صفر ندارند. PACF نیز برای هر دو پارامتر در وقفه‌های ۱، ۲ و ۱۳ معنی دار هستند (شکل ۴. ب). توابع ACF و PACF وجود تنابع فصلی ۱۲ ماهه را به روشنی نشان می‌دهند.

جدول ۲- معیار AIC برای خلاصه‌ای از بهترین مدل‌های انتخاب شده

AIC	مدل	پارامتر
۶۸۵/۴	ARIMA(2,0,1)(1,1,2)12	کلر
۶۹۳/۰	ARIMA(2,0,1)(1,1,1)12	
۶۹۵/۳	ARIMA(1,0,1)(1,1,2)12	
۶۹۰/۸	ARIMA(2,0,1)(1,1,1)12	
۸۷۶/۷	ARIMA(2,0,1)(1,1,1)12	هدایت الکتریکی
۸۸۵/۱	ARIMA(2,0,1)(1,1,2)12	
۸۸۹/۰	ARIMA(1,0,1)(1,1,2)12	
۸۸۱/۶	ARIMA(2,0,1)(1,1,1)12	

پیش‌بینی سری‌های زمانی کیفیت آب...



شکل ۴- الف: ACF؛ ب: PACF تفاضل فصلی مرتبه اول سری زمانی کلر و هدایت الکتریکی

درصد خطای در این جدول ارائه شده است. خطای استاندارد پارامترهای مدل در مقایسه با مقادیر پارامترها کوچک هستند. مقادیر پارامترها در بازه اطمینان ۹۵ درصد قرار دارند و از این رو اختلاف پارامترهای محاسبه شده از صفر، معنی دار است.

تخمین پارامترها مقادیر پارامترهای مدل ناشی از برآش مدل های ARIMA(2,0,1)(1,1,2)₁₂ برای پارامتر کلر و ARIMA(2,0,1)(1,1,1)₁₂ برای پارامتر هدایت الکتریکی در جدول ۳ نشان داده شده است. مقدار پارامترهای مدل، خطای استاندارد مربوط به آنها، و حدود اطمینان ۹۵

جدول ۳- پارامترهای مدل‌های انتخاب شده برای پیش‌بینی هدایت الکتریکی و کلر

پارامتر	پارامترهای مدل	حدود اطمینان ۹۵ درصد خطای استاندارد	خطای استاندارد	حد پایین	حد بالا
ثابت	-۰/۰۵۵	-۰/۰۵۵	۰/۰	-۰/۰۵۵	-۰/۰۵۵
AR(1)	۱/۱۸۲	۱/۱۸۲	۰/۰	۱/۱۸۲	-۰/۳۷۵
AR(2)	-۰/۳۷۵	-۰/۳۷۵	۰/۰	-۰/۳۷۵	-۰/۴۰۷
SAR(1)	-۰/۴۰۷	-۰/۴۰۷	۰/۰	-۰/۴۰۷	-۰/۶۷۴
MA(1)	-۰/۶۷۴	-۰/۶۷۴	۰/۰	-۰/۶۷۴	-۰/۳۷۱
SMA(1)	-۰/۳۷۱	-۰/۳۷۱	۰/۰	-۰/۳۷۱	-۰/۲۹۵
SMA(2)	-۰/۲۹۵	-۰/۲۹۵	۰/۰	-۰/۲۹۵	-۲۰/۰۰۲
ثابت	-۱۶/۲۲۵	۱/۹۲۷	-۱۲/۴۴۸	-۲۰/۰۰۲	-۰/۹۴۳
AR(1)	۱/۲۹۰	۰/۰۱۸	۱/۶۳۷	-۰/۹۴۳	-۰/۵۵۶
AR(2)	-۰/۳۳۳	۰/۰۱۱	-۰/۱۱۰	-۰/۵۵۶	-۰/۱۷۲
SAR(1)	۰/۱۰۶	۰/۰۱۴	۰/۳۸۴	-۰/۱۷۲	-۰/۱۹۷
MA(1)	-۰/۹۱۶	۰/۰۱۴	-۰/۶۳۵	-۰/۱۹۷	-۰/۰۴۷
SMA(1)	-۰/۷۹۶	۰/۰۱۳	-۰/۵۴۶	-۰/۰۴۷	

نتایج بررسی نرمال بودن باقیمانده‌ها با آزمون K-S در

جدول ۴ نشان می‌دهد که باقیمانده سری‌های زمانی هدایت الکتریکی و کلر در سطح ۵ درصد از توزیع نرمال تبعیت می‌کند. با رسم هیستوگرام باقیمانده‌های هدایت الکتریکی و کلر مشاهده می‌شود این هیستوگرام‌ها از فرضیات توزیع نرمال تبعیت می‌کنند. شکل ۵.ج، هیستوگرام باقیمانده کلر را نشان می‌دهد. توزیع فراوانی باقیمانده‌ها متقاض و به شکل توزیع نرمال است. برای بررسی همواریانس بودن باقیمانده‌ها، نمودار باقیمانده‌ها در مقابل داده‌های برازش شده رسم شد. شکل ۵.د نمودار باقیمانده کلر را در مقابل داده‌های برازش شده این پارامتر نشان می‌دهد. در این شکل مشاهده می‌شود که باقیمانده‌ها به طور مساوی در اطراف صفر پراکنده شده‌اند.

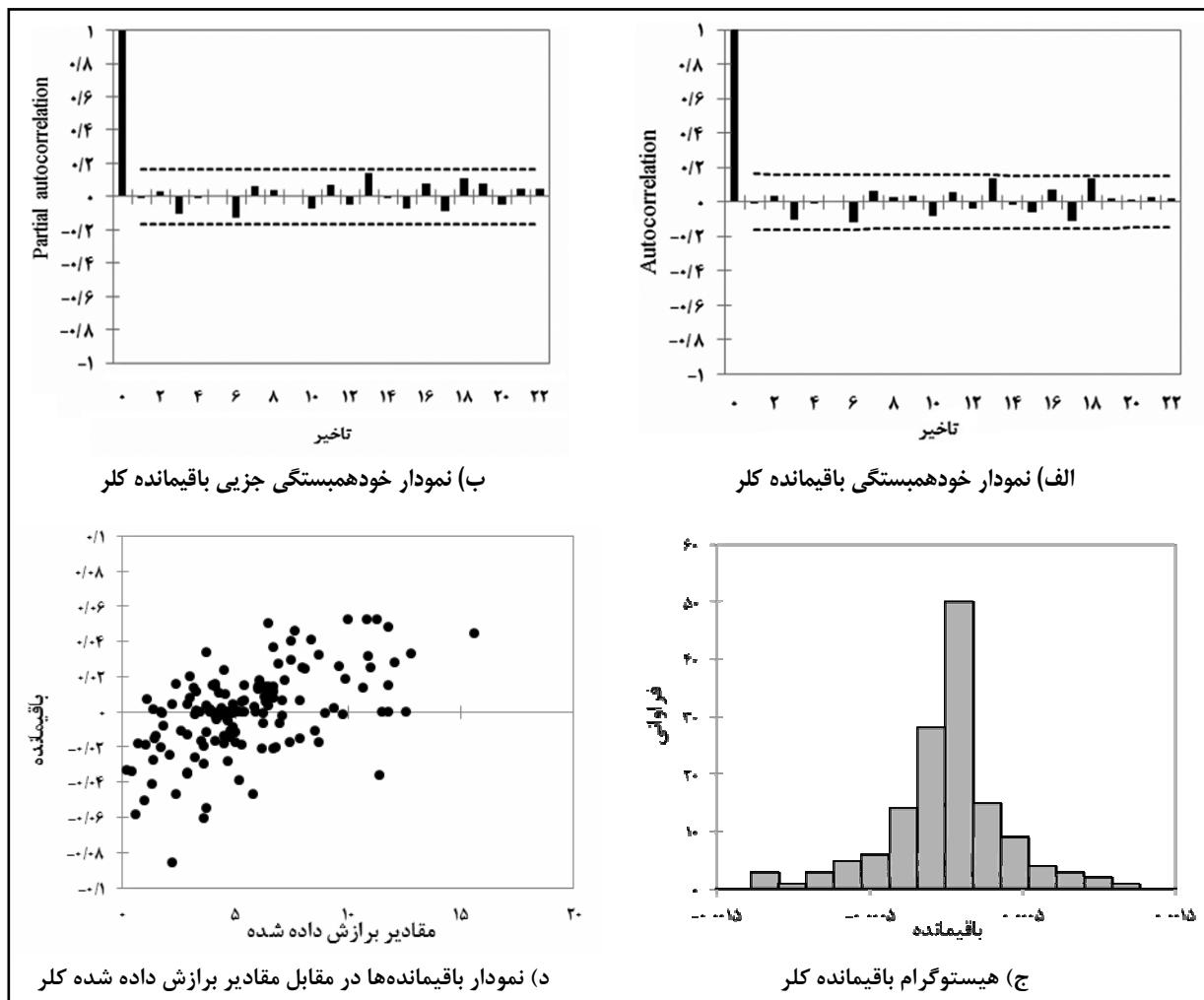
کنترل تشخیصی

توابع ACF و PACF باقیمانده پارامترهای هدایت الکتریکی و کلر رسم و مشاهده شد که در سطح ۵ درصد اختلاف معنی‌داری با صفر ندارند؛ می‌توان نتیجه گرفت که باقیمانده پارامترهای فوق مستقل هستند. شکل ۵ (الف و ب) به ترتیب ACF و PACF باقیمانده‌های کلر را نشان می‌دهد. در تمام تأخیرها مقادیر ACF و PACF بین خطوطی قرار دارند که نشان دهنده حدود اطمینان ۹۵ درصد است. به عنوان آزمون دوم برای بررسی استقلال باقیمانده‌ها، از آزمون LB استفاده شد. همانطور که در جدول (۴) آورده شده است، مقادیر LB محاسبه شده از مقادیر χ^2 در سطح ۵ درصد و درجه آزادی مربوط کمتر و درنتیجه باقیمانده‌های محاسبه شده در این مدل‌ها اختلال سفید (مستقل) هستند.

جدول ۴- آزمون لجانگ - باکس و K-S برای باقیمانده‌های سری زمانی کلر و هدایت الکتریکی

پارامتر	مدل	سطح معناداری P	محاسباتی	LB	درجه آزادی	آزمون لجانگ - باکس	آزمون K-S
کلر	ARIMA(2,0,1)(1,1,2) ₁₂	۵	۰/۰۶۳	۳۴/۴۲	۳۰	۴۳/۸	
هدایت الکتریکی	ARIMA(2,0,1)(1,1,2) ₁₂	۵	۰/۰۷۶	۳۸/۸۶	۳۰	۴۳/۸	

پیش‌بینی سری‌های زمانی کیفیت آب...



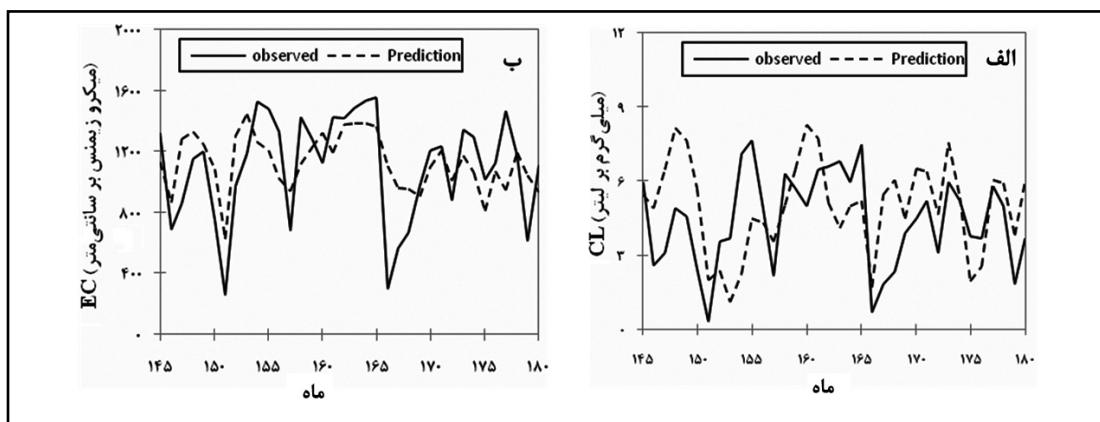
شکل ۵- کنترل تشخیصی پارامتر کلر

مشاهداتی و پیش‌بینی شده وجود ندارد. با توجه به اینکه مقادیر پارامتر هدایت الکترونیکی از لحاظ مقدار بزرگ هستند، مقدار RMSE برای این پارامتر بزرگ‌تر از پارامتر کلر است. شکل ۶ نمودار داده‌های مشاهداتی و پیش‌بینی شده توسط بهترین مدل‌های SARIMA را نشان می‌دهد.

همانطور که از شکل مشاهده می‌شود، میان رفتار سری زمانی پیش‌بینی شده هدایت الکترونیکی و کلر و داده‌های مشاهداتی تطابق قابل قبولی وجود دارد. مقادیر پیش‌بینی شده و مشاهداتی دارای روند افزایش و کاهش همزمان هستند.

پیش‌بینی پارامترها

نتایج آزمون‌های Z و F به ترتیب برای مقایسه میانگین و واریانس سری زمانی پیش‌بینی شده هدایت الکترونیکی و کلر، و داده‌های مشاهداتی برای ۳ سال ۱۳۸۲ تا ۱۳۸۴ در جدول (۵) ارایه شده است. مقادیر Z نیز برای این دو پارامتر در این جدول موجود است. Z محاسباتی بین مقادیر بحرانی Z جدول ($\pm 1/96$) برای آزمون دوطرفه در سطح ۵ درصد) قرار دارد. همچنین مقادیر F محاسباتی داده‌های مشاهداتی و پیش‌بینی شده کوچک‌تر از F بحرانی جدول است. بنابراین می‌توان نتیجه گرفت که از لحاظ آماری اختلاف معنی‌داری بین داده‌های



شکل ۶- مقایسه نمودار داده‌های پیش‌بینی و مشاهده شده هدایت الکتریکی و کلر

جدول ۵- مقایسه آماری مقادیر مشاهده و پیش‌بینی شده هدایت الکتریکی و کلر

پارامتر	مشاهداتی	میانگین پیش‌بینی	مشاهداتی	میانگین پیش‌بینی	محاسباتی	واریانس پیش‌بینی	محاسباتی	واریانس بحرانی	F	RMSE
کلر(میلی گرم بر لیتر)	۴/۴۴	۴/۸۳	-۰/۷۴۲	۳/۵۸	۶/۴۴	۰/۵۵۷	۱/۹۶۱	۲۷۸/۹	۱/۹۶۱	۲۷۸/۹
هدایت الکتریکی (میکروزمینس بر سانتی متر)	۱۱۰۰/۳	۰/۶۰۱	۰/۶۰۱	۲۳۸۷۰/۲	۲۲۰۸۶/۴	۱/۰۸۱	۱/۹۶۱	۲/۲۲		

بور در ۵ ایستگاه هیدرومتری رودخانه بویوک مندرس مناسب هستند.

نتیجه‌گیری

با توجه به اهمیت سفیدرود در استان گیلان و تأثیر زیاد پارامترهای هدایت الکتریکی و کلر بر کیفیت آب این رودخانه، استفاده از یک روش مناسب به منظور پیش‌بینی مقادیر این پارامترها، بهره‌برداری بهینه از این رودخانه را ممکن می‌سازد. هدف از این تحقیق، توسعه مدل‌های SARIMA (Box et al., 1994) به منظور پیش‌بینی سری زمانی پارامترهای هدایت الکتریکی و غلظت کلر ایستگاه آستانه سفیدرود است. داده‌های سری زمانی پارامترهای هدایت الکتریکی و غلظت کلر دارای تناوب فصلی ۱۲ ماهه و فاقد مؤلفه روند هستند. وجود تناوب فصلی با توجه به تغییرات دبی و دمای آب در طول سال توجیه پذیر است. مدل نهایی انتخاب شده برای سری زمانی داده‌های هدایت الکتریکی و کلر به ترتیب

با توجه به نتایج به دست آمده از این تحقیق می‌توان شبیه‌سازی زمانی پارامترهای هدایت الکتریکی و کلر را در ایستگاه آستانه از رودخانه سفیدرود به روش SARIMA با اطمینان توصیه کرد. نتایجی همسو و مشابه نیز بر اساس روش به کار برده شده در این تحقیق برای مطالعات موردي دیگر به دست آمده است که از مهمترین آنها می‌توان به این موارد اشاره کرد: احمد و همکاران (Ahmad et al., 2001) پیش‌بینی پارامترهای کیفیت آب رودخانه را با استفاده از مدل SARIMA توصیه کردند. نتایج تحقیق کورونچ و همکاران (Kurunç et al., 2005) نشان می‌دهد که مدل ARIMA برای پیش‌بینی پارامترهای هدایت الکتریکی، pH، و کلر در رودخانه سیرلماک ترکیه بسیار مناسب است. راگاوان و فرناندز & (Ragavan Fernandez, 2006) کارایی مدل‌های SARIMA را در پیش‌بینی دراز مدت روند کیفیت آب رودخانه نشان دادند. همچنین دوردو (Durdu, 2009) نشان داد مدل‌های SARIMA و ARIMA برای پیش‌بینی ۳۶ ماهه غلظت

پیش‌بینی سریع داده‌ها وجود دارد، از این مدل‌ها استفاده کرد.

قدرتانی

از دانشگاه تهران و شرکت مدیریت منابع آب به دلیل تأمین امکانات و داده‌های لازم جهت انجام این تحقیق و تدوین مقالات مربوطه قدردانی می‌شود.

ARIMA(2,0,1)(1,1,2)₁₂ ↗ ARIMA(2,0,1)(1,1,1)₁₂

هستند. باقیماندهً این مدل‌ها تصادفی، واریانس همسان و دارای توزیع نرمال هستند. پیش‌بینی‌های این مدل‌ها از لحاظ آماری با مقداری ثبت شده اختلاف معنی‌داری ندارند. با توجه به اینکه تعیین پارامترهای مدل‌های تصادفی خطی زمان بر نیست می‌توان در مواردی که نیاز به

مراجعة

- Ahmad, S., Khan, I.H. and Parida, B.P. 2001. Performance of stochastic approaches for forecasting river water quality. *Water Res.* 35, 4261–4266.

Akaike, H. 1974. A new look at statistical model identification. *IEEE Transactions on Automated Circuits*. 19, 716–723.

Benyahya, L., Hilaire, A.S., Quarda, B.M.J.T., Bobee, B. and Nedushan, B.A. 2007. Modeling of water temperatures based on stochastic approaches: Case study of the Deschutes river. *J. Environ. Eng. Sci.* 6, 437–448.

Box, G.E.P. and Jenkins, G.M. 1976. *Time Series Analysis: Forecasting and Control*. San Francisco. CA: Holden Day, 575 p.

Box, G.E.P., Jenkins, G.M. and Reinsel, G.C. 1994. *Time Series Analysis: Forecasting and Control*. 3rd Ed. Prentice Hall, Englewood Cliffs Inc., New Jersey. 598 p.

Durdı, O. 2009. Stochastic approaches for time series forecasting of boron: A case study of Western Turkey. *Environ. Monit. Assess.* 687–701.

Hassanzadeh, S., Hosseiniyalam, F. and Alizadeh, R. 2008. Statistical models and time series forecasting of sulfur dioxide: A case study Tehran. *Environ. Monit. Assess.* 155, 149–155.

Karamouz, M. and Araghinejad, Sh. 2005. Advanced Hydrology. Amirkabir University of Technology. Ch. 5, 256–257. (in Farsi)

Karbasi, A. and Shahbazi, A. 2008. Analysing water quality of rivers in Gilan province. *Advanced Environ. Res. J.* 5, 2–3. (in Farsi)

Kurunç, A., Yürekli, K. and Çevik, O. 2005. Performance of two stochastic approaches for forecasting water quality and streamflow data from Yesilirmak river, Turkey. *Environ Modell Softw.* 20, 1195–1200.

Ljung, G.M. and Box, G.E.P. 1978. On a measure of a lack of fit in time series models. *Biometrika*. 65 (2): 297–303.

Makridakis, S., Wheelwright, S.C. and Hyndman, R. 2003. *Forecasting Methods and Applications*. Singapore: Wiley (ASIA).

Malmir, M. 2006. Prediction of low flow time series in rivers. M. Sc. Thesis. Faculty of Agriculture. Theran University. Karaj. Iran. (in Farsi)

Mishra, A.K. and Desai, V.R. 2005. Drought forecasting using stochastic models. *Stoch. Environ. Res. Risk Assess.* 19, 326–339.

Mishra, A.K. and Desai, V.R. 2006. Drought forecasting using feed-forward recursive neural network. *Ecol. Model.* 198, 127–138.

Modarres, R. 2007. Streamflow drought time series forecasting. *Stoch. Environ. Res. Risk Assess.* 21, 223–233.

Pokorný, M. 1987. *An Introduction to Econometrics*. Oxford: Basil Blackwell Ltd., New York.

Ragavan, A.J. and Fernandez, G.C. 2006. Modeling water quality trend in long term time series. Proceedings of SAS Users Group Meeting (SUGI 31). March 2006, San Francisco, USA. paper 205–31.

Time Series Forecasting of Sefidrood River Water Quality Using Linear Stochastic Models

B. Jamali and K. Ebrahimi*

* Corresponding Author: Assistant Professor of Water Resources Engineering, Department of Irrigation and Reclamation Engineering, University of Tehran, IRAN. Email: EbrahimiK@ut.ac.ir

Received: 1 January 2011, Accepted: 3 July 2011

In the management of river basins, prediction of river water quality is essential to maintain water quality within standard limits. This study performed a time-series analysis of the prediction of chlorine concentration and electrical conductivity time series data for the period of 1991-2005 from Sefidrood River in northern Iran. The seasonal prediction of chlorine and electrical conductivity time series data was done using the linear stochastic model known as the multiplicative seasonal autoregressive integrated moving average (SARIMA). Initially, Mann-Kendall and Box-Pierce tests were used to identify the trend and stationary state of the time series, respectively. The results showed that there was no significant trend in these time series, but that 12-month seasonal patterns were observed. As a result, seasonal patterns were removed from both time series data using first-order differencing. SARIMA modeling was performed in three steps: model identification, parameter estimation and diagnostic checking. Different models of SARIMA were identified according to the ACF and PACF time series results and the model with the minimum AIC criterion was selected. For parameter estimation, model parameters were estimated using a least squares optimization algorithm that minimized the residual sum of squares. The results of diagnostic checking then indicated that the residuals were independent, normally distributed and homoscedastic. The selected SARIMA model was then used to predict chlorine concentration and electrical conductivity time series data for 2003-2005. There was a good unanimity between the predicted and observed data. For model verification, the mean and variance of the predicted and observed data were compared. The RMSE for Cl and EC were 2.2 and 278.9, respectively. The results showed that there was no significant difference between the predicted and observed time series data. This study showed that the SARIMA model can be used reliably to predict chlorine concentration and electrical conductivity time series data in Sefidrood River.

Keywords: Electrical conductivity, Mann-Kendall, SARIMA, time series