

مدل ریاضی یک‌بعدی محاسبه دبی جریان در سدهای سنگریزه‌ای تأخیری مستغرق

کوروش قادری و جمال محمودلی سامانی*

* به ترتیب دانشجوی دکتری گروه سازه‌های آبی دانشکده کشاورزی دانشگاه تربیت مدرس، نشانی: تهران، دانشگاه تربیت مدرس، ص. پ.

۳۳۶-۱۴۱۱۵، تلفن: ۴-۴۴۱۹۴۹۱۱ (۰۲۱)، پیام‌نگار: kghaderi@modares.ac.ir و دانشیار گروه سازه‌های آبی دانشکده کشاورزی

دانشگاه تربیت مدرس

تاریخ دریافت مقاله: ۸۵/۶/۲۵؛ تاریخ پذیرش: ۸۶/۳/۱۲

چکیده

شرایط جریان غیر داری را می‌توان برای جریان روی محیط‌های متخلخل مستغرق توسعه داد. یکی از این محیط‌های متخلخل که برای ایجاد تأخیر در سیلاب و کاهش پیک هیدروگراف سیلاب طراحی و ساخته می‌شود سد سنگریزه‌ای تأخیری نام دارد. وجود جریان روی این محیط‌ها، تراوش جریان و پتانسیل حرکت مواد باعث پیچیده‌تر شدن بررسی حرکت جریان در چنین محیط‌هایی می‌شود. جریان مستغرق در محیط‌های متخلخل سنگریزه‌ای مستغرق در سه ناحیه جریان بالایی، جریان در ناحیه تراوش نرمال، و ناحیه انتقالی بررسی شده است. در این تحقیق، ابتدا معادلات حاکم بر جریان در هر بخش جداگانه توسعه داده شد و پس از آن با ترکیب این معادلات با شرایط مرزی، مدل ریاضی یک‌بعدی حاکم بر کل جریان به دست آمده است. برای بررسی صحت مدل ریاضی تهیه شده، دو مدل فیزیکی از سد سنگریزه‌ای به ابعاد $۳۰ \times ۳۰ \times ۶۰$ سانتی‌متر با قطر دانه‌بندی ۱۵-۱۰ و ۲۰-۱۵ میلی‌متر ساخته شده است. در هر آزمایش پارامترهای شیب فلوم، عمق جریان در کانال، دبی عبوری، و مشخصات سیال اندازه‌گیری شده است. در ادامه، روابط و ضرایبی که محققان مختلف برای جریان درون محیط‌های متخلخل ارائه داده‌اند بررسی و بهترین آنها انتخاب شدند.

واژه‌های کلیدی

روابط غیر داری، سد سنگریزه‌ای تأخیری، مدل ریاضی، مدل فیزیکی

مقدمه

این تحقیق به بررسی رفتار جریان روی نوعی محیط متخلخل سنگدانه‌ای به نام سدهای سنگریزه‌ای تأخیری مستغرق می‌پردازد با این فرض که جریان فاقد هرگونه ذره رسوبی باشد. با طراحی صحیح و اصولی این سدها می‌توان دبی اوج هیدروگراف خروجی از سدها را به میزان قابل توجهی کاهش داد. برای طراحی صحیح باید اصول و مبانی جریان در محیط متخلخل، معادلات حاکم بر جریان، نحوه رفتار جریان روی محیط متخلخل، و

تاکنون انواع مختلفی از سدهای سنگریزه‌ای مورد استفاده قرار گرفته‌اند. بعضی از این سدها به‌منظور ذخیره آب و جلوگیری از تراوش آب و انواع دیگر آن به منظور کنترل و تأخیر در سیلاب ساخته شده‌اند. سدهای تأخیری فاقد هرگونه هسته یا غشای نفوذناپذیرند و جریان آب از درون یا از روی آنها عبور می‌کند (Curtis & Lawson, 1967).

نفوذپذیری ذاتی محیط متخلخل، اندازه، شکل، محیط، و تخلخل بستگی دارند.

a و b نیز ضرایب ثابتی هستند که به ترتیب به خصوصیات سیال و محیط متخلخل بستگی دارند. روابط ۱ را پرانی در سال ۱۸۰۴ و فرشه‌ایمر در سال ۱۹۰۱ ارائه کرده‌اند (Venkataraman & Rao, 2000).

گیرتسما (Geertsma, 1984)، احمد و سوندا (Ahmed & Sunda, 1969)، آدرین (Adrin, 1965)، و زیسیس و ترزیدیس (Zissis & Terzidis, 1984) در مدل‌سازی جریان متلاطم از رابطه دوجمله‌ای i و u استفاده کرده‌اند. $A'u$ افت ناشی از لزوجت و $B'u^2$ افت ناشی از انرژی جنبشی است. لین کوئیست (Linguist, 1992)، استفان سن (Stephansen, 1976)، هررا و فلتون (Harrara & Felton, 1991)، قاضی‌مرادی و معصومی (Ghazi Moradi & Masumi, 1996)، و سامانی و همکاران (Samani et al., 2003) از رابطه بین f و Re استفاده کرده‌اند. این محققان، جریان از درون محیط‌های متخلخل سنگریزه‌ای را بررسی و هر یک برای تراوش جریان رابطه‌ای ارائه کرده است.

هررا و فلتون برای در نظر گرفتن توزیع اندازه و میانگین وزنی ذرات، انحراف معیار آنها را وارد محاسبات افت و عدد رینولدز کردند. این محققان پس از اجرای آزمایش‌هایی در یک فلوم با سطح مقطع $0/61$ مترمربع با طول محیط متخلخل، انحراف معیار، دبی جریان، و قطر ذرات متغیر دریافتند که بین ضریب تغییرات قطر ذرات و مقدار تخلخل هیچگونه همبستگی وجود ندارد. بنابراین، در روابط f و Re مقدار تخلخل حذف و پارامترهای مذکور به صورت زیر تعریف شدند (Harrera & Felton, 1991):

$$f = (\Delta h/L)(gd/u^2) \quad \text{و} \quad Re = (d - \sigma)u/\nu \quad (3)$$

روش‌های حل معادلات حاکم بر آنها ارزیابی شدند. در این باره، معادله داری و حدود اعتبار آن اولین مسئله است. قانون داری در محدوده جریان ورقه‌ای و عدد رینولدز کمتر از یک صادق است در حالی که مقدار، نیرو، و شبکه جریان تراوش در این محیط‌ها به دلیل متلاطم بودن جریان تفاوت زیادی با محیط‌های متخلخل ریزدانه دارد. دومین مسئله عبور جریان از روی محیط متخلخل نیز به دلیل تلاطم جریان بالایی، تراوش، و پتانسیل حرکت مواد عامل دیگری برای پیچیده‌تر شدن بررسی عبور جریان در این محیط‌هاست. در این تحقیق، معادلات جریان به صورت یک‌بعدی در نظر گرفته می‌شوند و آزمایش‌ها و روابط استفاده شده مربوط به حالت استغراق جریان هستند. پیشتر گفته شد که برای محاسبه مقدار و نیروی تراوش و شبکه جریان تراوش به دلیل متلاطم بودن جریان درون سنگریزه باید از روابط معتبر غیرداری استفاده شود. آگاهی از روابط بین سرعت (u)-گرادیان هیدرولیکی (i) یا عدد رینولدز (Re)-ضریب اصطکاک (f) برای طراحی مهندسی جریان در سدهای سنگریزه‌ای تأخیری مستغرق ضروری است. روابط مورد استفاده برای جریان تراوا درون محیط‌های متخلخل سنگریزه‌ای به دو صورت زیر هستند (Li et al., 1998):

۱- روابط بین f و Re

$$f = a Re^b \quad \text{یا} \quad f = a/Re + b \quad (1)$$

۲- روابط بین i و u

$$i = Au^B \quad \text{یا} \quad i = A'u + B'u^2 \quad (2)$$

A ، B ، A' ، و B' ضرایب ثابتی هستند که به خصوصیات سیال و خصوصیات محیط متخلخل مانند

مدل ریاضی یک‌بعدی محاسبه دبی جریان در ...

۴- تنش برشی در کف مجرای روباز، تحت تاثیر جریان‌های روباز و نشتی قرار می‌گیرد.

۵- در ناحیه انتقالی، جریان تحت تاثیر گرادیان تراوش و تنش برشی کانال اصلی قرار دارد. تنش برشی در قسمت سنگریزه‌ای از بالا به پایین سریعاً کاهش می‌یابد که این نتیجه انتقال مومنتوم از سیال به ذرات است.

در این تحقیق برای به دست آوردن سرعت جریان در کانال اصلی (جریان روی بستر سنگریزه‌ای) از قانون لگاریتمی توزیع سرعت استفاده شده است. استفاده پروفیل‌های لگاریتمی سرعت، هنوز هم روش‌هایی خوب برای بررسی توزیع سرعت روی بسترهای نفوذپذیر هستند اما توزیع سرعت درون بسترهای نفوذپذیر از قانون لگاریتمی تبعیت نمی‌کند. زاگنی (Zagni, 1974) با در نظر گرفتن جریان روی کانال‌های باز با بسترهای نفوذپذیر به مطالعه جریان روی بسترهای نفوذپذیر با دانه‌بندی و اندازه محدود پرداخته است. این محقق می‌گوید توزیع لگاریتمی سرعت روی بسترهای نفوذپذیر صادق است اگر خط تراز فرضی کف کانال پایین‌تر از سطح بستر اسمی در نظر گرفته شود. زاگنی و اسمیت (Zagni & Smith, 1976) می‌گویند سرعت واقعی صفر در پروفیل‌های لگاریتمی سرعت در بسترهای نفوذناپذیر در فاصله‌ای برابر با $\frac{K_s}{3}$ پایین‌تر از سطح بستر اتفاق می‌افتد که k_s ارتفاع زبری‌های کانال نفوذناپذیر است اما برای جریان روی بسترهای نفوذپذیر، سرعت واقعی صفر در فاصله‌ای پایین‌تر در مقایسه با کانال‌های باز با بستر نفوذناپذیر اتفاق می‌افتد. این محققان فرض کردند که سرعت در چنین فاصله‌ای از کف را می‌توان بر اساس گرادیان سطح آب، نفوذپذیری ذاتی محیط و خواص شکل مواد بستر به دست

که در آن، σ = انحراف معیار؛ d = میانگین وزنی قطر ذرات؛ Δh = اختلاف ارتفاع دو طرف محیط؛ L = طول محیط متخلخل؛ و ρ = لزوجت سینماتیک سیال است.

زاگنی (Zagni, 1974)، زاگنی و اسمیت (Zagni & Smith, 1976)، گوپتا و پائودیال (Gupta & Paudyal, 1985)، لئی (Li, 1990)، و دیگر محققان نیز برای بررسی پروفیل‌های سرعت در بسترهای نفوذپذیر مطالعاتی انجام داده‌اند. این محققان توزیع لگاریتمی سرعت را روی بسترهای نفوذپذیر صادق می‌دانند اگر خط تراز فرضی کانال پایین‌تر از سطح بستر اسمی کانال در نظر گرفته شود. با توجه به نتایج حاصل از کوشش‌های محققان فوق می‌توان جریان از درون و روی سد سنگریزه‌ای را در سه بخش کلی مطالعه کرد (شکل ۱): جریان سرریزشونده از روی سد سنگریزه‌ای (جریان کانال اصلی)، بخش پایینی سد سنگریزه‌ای که در آن ناحیه جریان تراوای نرمال وجود دارد (ناحیه تراوش نرمال)، و ناحیه بین جریان کانال اصلی و ناحیه تراوش نرمال (ناحیه انتقالی). نتایج مطالعات محققان فوق روی بسترهای نفوذپذیر (محیط‌های متخلخل سنگریزه‌ای) به صورت زیر است:

- ۱- خصوصیات عمومی هیدرولیکی در کانال اصلی غالب است، جز اینکه سرعت جریان در کف این قسمت برابر با صفر نیست. سرعت جریان در کف کانال اصلی را سرعت لغزشی می‌نامند و با u_0 نمایش می‌دهند.
- ۲- در ناحیه تراوش نرمال، جریان با یک سرعت یکنواخت u_1 اتفاق می‌افتد (u_1 = سرعت جریان در ناحیه تراوش نرمال).
- ۳- برای جریان روی سطح سنگریزه، توزیع لگاریتمی سرعت مطابقت خوبی با داده‌های آزمایشگاهی دارد.

پروفیل سرعت و دبی جریان، نحوه اجرای آزمایش‌ها و اندازه‌گیری پارامترها. برای به دست آوردن معادله تعادل نیروها در یک حجم کنترل، ابتدا معادله نیروی کشانه درون محیط‌های متخلخل سنگریزه‌ای استخراج می‌شود و پس از آن با استخراج و جایگذاری نیروی کشانه، تنش برشی و نیروی فشار در معادله تعادل نیروهای موثر در حجم کنترل در نظر گرفته شده معادله اصلی به دست می‌آید.

معادله حاکم در ناحیه انتقالی

نیروهای وارد بر یک المان کوچک در ناحیه انتقالی در سد سنگریزه‌ای تأخیری مستغرق در شکل ۱ ارائه شده است. در این شکل، t ضخامت ناحیه انتقالی و h کل ارتفاع سد پاره‌سنگی است. از موازنه نیروها و با استفاده از روش تفاضل‌های محدود، معادله زیر به دست می‌آید:

$$\frac{\tau(y+dy) - \tau(y)}{dy} + \frac{p(x) - p(x+dx)}{dx} - f_d = 0 \quad (4)$$

که در آن، f_d = نیروی کشانه در واحد حجم؛ $\tau(y)$ و $\tau(y+dy)$ = به ترتیب تنش برشی در کف و بالای المان؛ $p(x)$ و $p(x+dx)$ = به ترتیب فشار کل در سمت چپ و راست المان؛ dx = بعد در جهت محور x ‌ها؛ و dy = بعد در جهت محور y ‌هاست.

با توجه به فرضیه طول اختلاط پرانتل، نتایج آزمایش‌های هو و لی (Hu & Li, 1988)، گوپتا و پائودیال (Gupta & Paudyal, 1985)، و با استفاده از روش تفاضل‌های محدود، روابط نهائی تنش برشی در کف و بالای المان به صورت زیر به دست می‌آید (Li et al., 1998):

$$\tau_i = \rho \partial_t \frac{\partial u}{\partial y} \quad (5)$$

آورد. همچنین، بین سطح بستر و ناحیه فشار تراوش نرمال یک ناحیه انتقالی به ضخامت t وجود دارد که نه تنها سیال به واسطه گرادیان تراوش تحت تاثیر قرار می‌گیرد بلکه تنش برشی کانال اصلی هم روی آن مؤثر است. گوپتا و پائودیال (Gupta & Paudyal, 1985) می‌گویند توزیع لگاریتمی سرعت روی کانال‌های با بستر نفوذپذیر صادق است اگر خط تراوش، به اندازه یک سوم قطر متوسط ذرات بستر، پایین‌تر از سطح اسمی بستر در نظر گرفته شود. این محققان برای مقدار ثابت جهانی وان کارمن روی بسترهای نفوذپذیر، عدد 0.28 را پیشنهاد کرده‌اند که از عدد پذیرفته شده 0.4 برای بسترهای نفوذناپذیر خیلی کمتر است. این مطلب نشان می‌دهد که مقاومت بسترهای نفوذپذیر بیشتر از مقاومت بسترهای نفوذناپذیر در شرایط مشابه است (Kirkgoz, 1989).

مواد و روش‌ها

با مشخص شدن چگونگی تقسیم‌بندی نواحی مختلف جریان در جریان از درون و روی سدهای سنگریزه‌ای مستغرق و قوانین توزیع سرعت در بسترهای نفوذپذیر، می‌توان پروفیل‌های سرعت را در بخش‌های مختلف جریان به دست آورد. در این تحقیق برای محاسبه مقادیر سرعت در کانال اصلی (جریان روی بستر سنگریزه‌ای) از قانون لگاریتمی توزیع سرعت، در ناحیه تراوش نرمال از قانون عمومی تراوش، و در ناحیه انتقالی از موازنه نیروها و روش تفاضل‌های محدود استفاده شده است. در این قسمت، این موارد تشریح شده است: چگونگی استخراج معادلات حاکم در بخش‌های مختلف سد سنگریزه‌ای (کانال اصلی، ناحیه تراوش نرمال، و ناحیه انتقالی) و نحوه استفاده از آنها، معادله اصلی حاکم در ناحیه انتقالی، پروفیل‌های سرعت در هر بخش، انتخاب بهترین ضرایب برای به دست آوردن

مدل ریاضی یک‌بعدی محاسبه دبی جریان در ...

با جایگذاری معادلات فوق در معادله محاسبه تنش برشی و با استفاده از روش تفاضل‌های محدود، معادله تنش برشی در کف و بالای المان در نظر گرفته شده به صورت زیر تبدیل می‌شود:

$$\tau_i = \rho [\beta t]_i^2 \left(\frac{u_i - u_{i-1}}{\Delta y} \right) \left| \frac{u_i - u_{i-1}}{\Delta y} \right| \quad (7)$$

$$\tau_{i+1} = \rho [\beta t]_{i+1}^2 \left(\frac{u_{i+1} - u_i}{\Delta y} \right) \left| \frac{u_{i+1} - u_i}{\Delta y} \right| \quad (8)$$

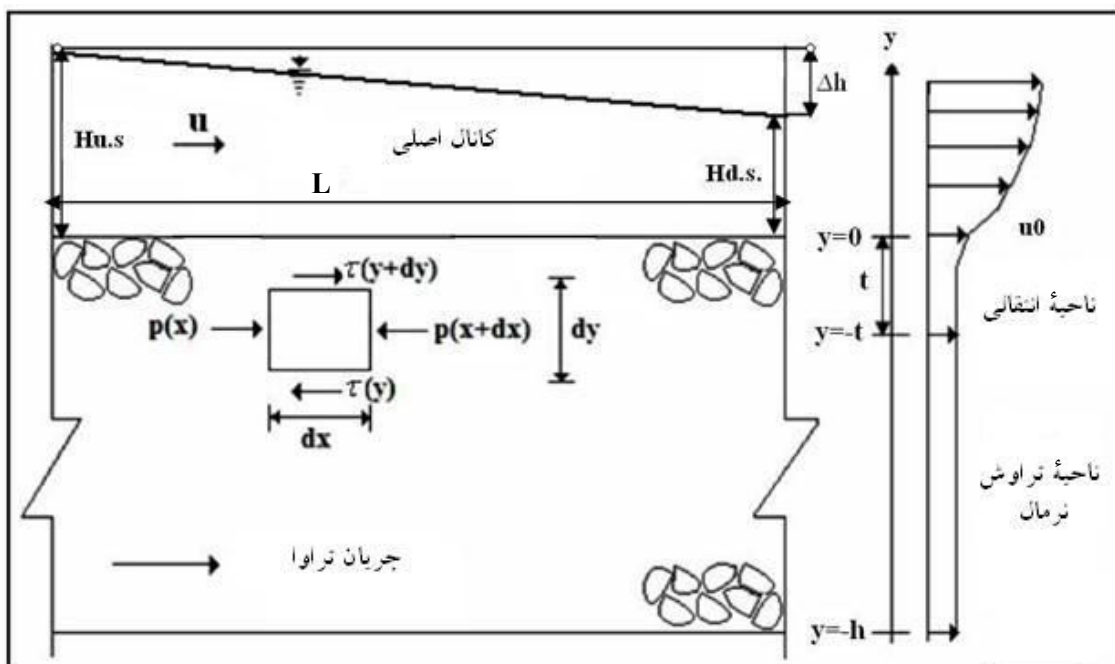
در این معادلات، τ_i و τ_{i+1} به ترتیب تنش برشی در کف و بالای المان؛ ρ چگالی سیال؛ و u سرعت در گره‌هاست.

بر اساس تئوری طول اختلاط پیرانتل $g_i = l_p^2 \left| \frac{\partial u}{\partial y} \right|$ است و بنابراین مقدار تنش به صورت $\tau_i = \rho l_p^2 \left| \frac{\partial u}{\partial y} \right|^2$ یا $\tau_i = \rho l_p^2 \left(\frac{\partial u}{\partial y} \right)_i \left| \frac{\partial u}{\partial y} \right|_i$ به دست می‌آید. ثابت طول اختلاط پیرانتل، l_p ، تابعی است از ثابت جریانات متلاطم (β) و مقدار فاصله آن نقطه تا کف کانال (Venkataraman & Rao, 1998). بنابراین، $l_p = \beta t$ است.

که در آن،

β = ثابت جریانات متلاطم و برابر 0.007 ؛ و t = ضخامت ناحیه انتقالی است. لی و هکاران روابط زیر را برای سد سنگریزه‌ای سرریزشونده مستغرق استخراج کردند (Li et al., 1998)

$$\frac{\partial p}{\partial x} = \frac{dp}{dx} \quad \text{و} \quad \frac{\partial u}{\partial y} = \frac{du}{dy} \quad (6)$$



شکل ۱- نمایشی از جریان از درون و روی سد سنگریزه‌ای تأخیری در حالت استغراق

نیروی کشانه

این نیرو فقط در قسمت سنگریزه‌ای وجود دارد. نیروی کشانه را می‌توان به صورت $f_d = \gamma i$ نشان داد (Li & Garga, 1998). از طرفی، رابطه‌ی نمایشی گرادیان هیدرولیکی و سرعت به صورت $i = Au^B$ است (Li et al., 1998).

با مقایسه‌ی روابط فوق خواهیم داشت:

$$f_d = \gamma Au^B \quad (9)$$

رابطه‌ی نمایشی بین ضریب اصطکاک و عدد رینولدز به صورت $f = aRe^b$ است (Li & Garga, 1998). با توجه به نتایج تحقیقات هررا و فلتون (Harrara & Felton, 1991)، و جایگذاری رابطه‌ی ۳ در رابطه‌ی فوق و با در نظر گرفتن این فرض که $i = \frac{\Delta h}{L}$ ، است مقدار گرادیان هیدرولیکی پس از مرتب کردن به صورت زیر به دست می‌آید:

$$i = \frac{a}{gd} \left(\frac{d - \sigma}{g} \right)^b u^{2+b} \quad (10)$$

و با جایگذاری معادله‌ی ۱۰ در معادله‌ی $f_d = \gamma i$ ، معادله‌ی نیروی کشانه به دست می‌آید:

$$f_d = \frac{a\rho}{d} \left(\frac{d - \sigma}{g} \right)^b u^{2+b} \quad (11)$$

که در آن، a و b ضرایب ثابتی هستند که باید تعیین شوند.

نیروی فشار

مطالعات لی و گارگا (Li & Garga, 1998) نشان داد که تغییرات فشار در جهت عمودی، در جریان از درون و

بالای سد سنگریزه‌ای برای جریانات متغیر تدریجی قابل اغماض است. بنابراین، تنها تغییرات فشار در جهت افقی روی حرکت جریان مؤثر است. تغییرات فشار در طرفین یک حجم کنترل بستگی به گرادیان هیدرولیکی و شیب کانال دارد:

$$\frac{dp}{dx} = \frac{a\rho}{d} \left(\frac{d - \sigma}{g} \right)^{2+b} u_1^{2+b} \quad (12)$$

که در آن، u_1 = مقدار سرعت در ناحیه‌ی تراوش نرمال است. با به دست آوردن معادلات نیروی کشانه، فشار و تنش برشی و جایگذاری آنها در رابطه‌ی ۴، معادله‌ی اصلی تعادل نیروها در ناحیه‌ی انتقالی به دست می‌آید.

$$\left[\frac{1}{2} |u_{i+1} - u_i| \sqrt{2(\Delta y_{i+1} + \Delta y_i)^2} \right]_{i+1} - \left[\frac{1}{2} |u_{i+1} - u_i| \sqrt{2(\Delta y_i + \Delta y_{i-1})^2} \right] - L \frac{1}{2} |u_i - u_{i-1}| \sqrt{2(\Delta y_i + \Delta y_{i-1})^2} + \frac{a(d - \sigma)^b u_i^{2+b}}{dg} \Big]_{i+1} + \left[\frac{1}{2} |u_i - u_{i-1}| \sqrt{2(\Delta y_i + \Delta y_{i-1})^2} \right]_{i-1} = \frac{a(d - \sigma)^b u_i^{2+b}}{dg} \quad (13)$$

ناحیه‌ی تراوش نرمال

جریان غیرداری را می‌توان با رابطه‌ای که زاگنی و اسمیت (Zagni & Smith, 1979) ارائه داده‌اند به صورت زیر نشان داد:

$$u = ki^{\frac{1}{N}} \quad (14)$$

که در آن، N = نمای قانون تراوش؛ و k = ضریب عمومی تراوش است. از طرفی، گرادیان هیدرولیکی به صورت $i = -\frac{1}{\gamma} \frac{\partial P}{\partial x}$ تعریف می‌شود (Gupta & Paudyal, 1985).

با ارائه‌ی تغییرات فشار به صورت $\gamma au_1^b = \frac{\partial P}{\partial x} = \gamma \left(\frac{u_1}{k} \right)^N$ و با مقایسه‌ی روابط فوق با رابطه‌ی زاگنی و اسمیت، رابطه‌ی سرعت در ناحیه‌ی تراوش نرمال به صورت زیر به دست می‌آید:

مدل ریاضی یک‌بعدی محاسبه دبی جریان در ...

۳- در کف محیط سنگدانه‌ای، $y = 0$ ، سرعت از رابطه ۱۶ به دست می‌آید.

$$u_1 = \left(\frac{gd}{a}\right)^{\frac{1}{2+b}} \left[\left(\frac{d-\sigma}{g}\right)\right]^{\frac{b}{2+b}} i^{2+b} \quad (15)$$

۴- کف ناحیه انتقالی، $y = -t$ ، تنش برشی صفر $(\tau_{y=-t} = \rho\beta^2 t^2 (\partial u / \partial y)_{y=-t}^2 = 0)$ و سرعت برابر با u_1 است.

در جدول ۱ مقادیر ضرایب در فرمول‌های غیرداریسی ارائه شده است که محققان مختلف برای رابطه بین ضریب اصطکاک داریسی و ایسباخ و عدد رینولدز (رابطه ۱) به دست آورده‌اند.

مدل فیزیکی

در این تحقیق، دو مدل فیزیکی از سدهای سنگریزه‌ای تاخیری در آزمایشگاه هیدرولیک دانشکده کشاورزی دانشگاه تربیت مدرس ساخته شده است. هدف اصلی از ساخت این مدل‌ها اندازه‌گیری دبی خروجی جریان از محیط‌های متخلخل فوق در حالت استغراق بوده است. برای ساخت مدل‌های فوق از سنگریزه‌هایی با ابعاد تقریباً یکنواخت ۱۰ تا ۲۰ میلی‌متر استفاده شده است. مدل‌ها و آزمایش‌ها در فلوم مستطیل‌شکل با شیب متغیر و به ابعاد ۱۰×۳۰×۰/۴۵ متر ساخته و اجرا شده است. در شکل ۲ نمایش شماتیک دستگاه آزمایش‌ها دیده می‌شود. دبی در دسترس برای اجرای آزمایش‌ها بین صفر تا ۲۰ لیتر در ثانیه، منبع تامین آب چهار مخزن متصل به هم، و سیستم حرکت در آنها به صورت چرخشی بوده است. دبی ورودی به فلوم قابل تنظیم و در انتهای فلوم یک دریچه لولایی نصب شده است که از آن برای ایجاد استغراق استفاده می‌شود.

کانال اصلی

پروفیل سرعت در کانال اصلی از قانون لگاریتمی سرعت تبعیت می‌کند جز اینکه سرعت در کف کانال اصلی برابر با صفر نیست. بنابراین، محاسبه پروفیل توزیع سرعت در کانال اصلی از رابطه زیر محاسبه می‌شود (Gupta & Paudial, 1985).

$$\frac{u}{u^*} = \frac{1}{0.28} \ln \left[\left(y + \frac{d_{50}}{3} \right) / d_{50} \right] + 8.21 \quad (16)$$

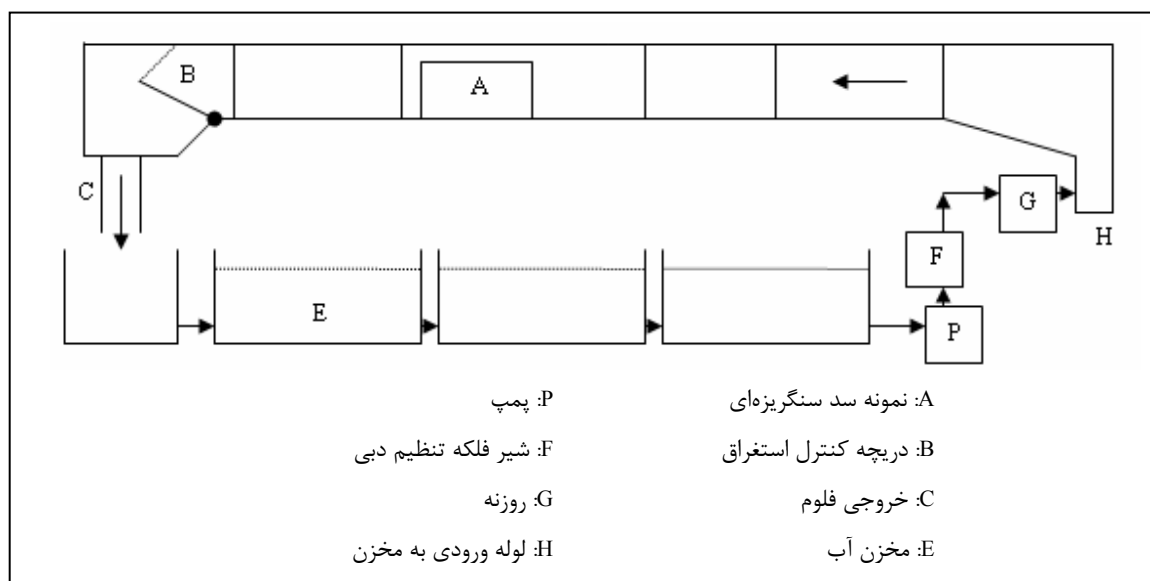
که در آن، u^* = سرعت برشی در کف کانال؛ و d_{50} = میانگین اندازه قطر سنگریزه‌ها را نشان می‌دهد.

پروفیل سرعت در درون و روی سد

حال که معادله پروفیل‌های سرعت در ناحیه تراوش نرمال، ناحیه انتقالی، و کانال اصلی استخراج شد، می‌توان پروفیل سرعت‌ها را از درون و روی سد همزمان به دست آورد. با حل همزمان معادلات ۱۳، ۱۵، و ۱۶ و با استفاده از شرایط مرزی، پروفیل کلی سرعت به دست می‌آید. شرایط مرزی برای حل همزمان معادلات فوق این‌گونه است:

۱- سرعت در کف سد سنگریزه‌ای (ناحیه تراوش نرمال یا $y = -h$) برابر با صفر است.

۲- تنش برشی در بستر کانال اصلی از رابطه $\tau_0 = \rho u_*^2$ محاسبه می‌شود و در سطح آب برابر با صفر است.



شکل ۲- نمایش شماتیک دستگاه آزمایش

پس از آن، فلوم در شیب مورد نظر تنظیم و با ایجاد استغراق عمق و دبی آب برداشت شد. در هر آزمایش سعی شد تا مدل در حالت استغراق کامل باشد. در هر شیب معین، انجام آزمایش‌ها از دبی‌های کم شروع و به تدریج در هر سری برداشت داده مقدار آن زیاد شد.

مدل ریاضی

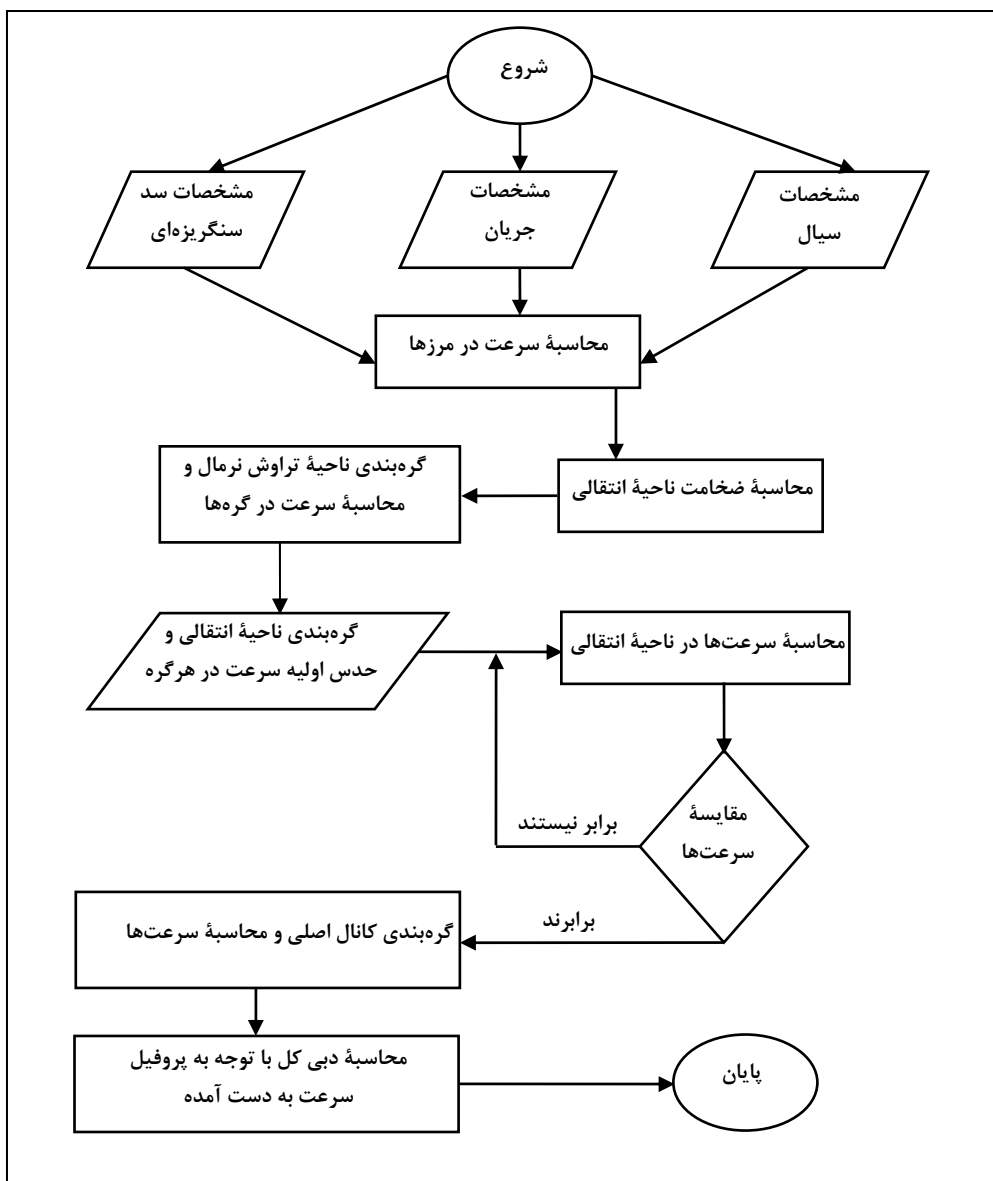
مدل ریاضی تهیه شده در این تحقیق براساس تئوری‌های ذکر شده در بخش‌های فوق مقدار دبی جریان را در سد سنگریزه‌ای تأخیری مستغرق محاسبه می‌کند. در این مدل، از قانون عمومی تراوش برای محاسبه سرعت‌ها در ناحیه تراوش نرمال، از شرایط مرزی و روش تفاضل‌های محدود برای حل معادله تعادل نیروها در ناحیه انتقالی، و از قانون لگاریتمی توزیع سرعت در جریان کانال اصلی استفاده شده است. این مدل با استفاده از زبان برنامه‌نویسی فرترن توسعه داده شده است. مراحل محاسبات به شرح زیر است:

مدل اول با استفاده از سنگریزه‌هایی به ابعاد ۱۰ تا ۱۵ میلی‌متر و مدل دوم با استفاده از سنگریزه‌هایی به ابعاد ۱۵ تا ۲۰ میلی‌متر ساخته شده است. برای ساخت هر مدل از توری‌های فلزی (گابیون) استفاده و سنگریزه‌ها بدون تراکم درون توری‌ها ریخته شده‌اند. مدل‌های فیزیکی با ابعاد $۳۰ \times ۳۰ \times ۶۰$ سانتی‌متر و با مقطع مربع و دیواره‌هایی با شیب قائم در بالا و پایین ساخته شده‌اند. بعد از ساخت مدل و قرار دادن آن درون فلوم پارامترهای مورد نظر در حالت استغراق کامل اندازه‌گیری شده‌اند. این پارامترها شامل عمق آب (در بالادست، پایین‌دست، و روی مدل سد سنگریزه‌ای)، دبی، تخلخل سنگریزه، و دمای آب بوده‌اند. آزمایش‌ها در شیب‌های $۰/۵$ ، $۰/۳۳$ و $۰/۲$ درصد انجام و برای مطمئن شدن از صحت اندازه‌گیری‌های دبی، از دو طریق حجمی و قرائت ارتفاع مانومترهای دو طرف روزنه پمپ اندازه‌گیری شده است. برای برداشت پارامترهای مورد نظر، ابتدا مدل‌های ساخته شده درون فلوم قرار داده شدند

مدل ریاضی یک‌بعدی محاسبه دبی جریان در ...

توجه به اختلاف ارتفاع جریان بالادست و پایین‌دست گرا دیان هیدرولیکی محاسبه می‌شود. با استفاده از رابطه‌ای که لی و همکاران (Li et al., 1998) ارائه داده‌اند ضخامت ناحیه انتقالی که تابعی از خصوصیات جریان و سیال است محاسبه می‌شود. با استفاده از روابط ارائه شده در بخش‌های قبل، رابطه ۱۵، و رابطه ۱۶ میزان سرعت در کف کانال اصلی و ناحیه تراوش نرمال محاسبه می‌شود. برای محاسبه سرعت‌ها در ناحیه انتقالی از رابطه ۱۳ استفاده می‌شود. برای این کار از روش تکراری سعی و خطا استفاده شده است. بدین ترتیب که ابتدا ضخامت ناحیه انتقالی به چندین گره تقسیم و سرعت در اولین گره حدس زده می‌شود. پس از آن، با قرار دادن مقدار سرعت در این گره در رابطه ۱۳ سرعت‌های جدید محاسبه می‌شوند. این عمل تا آنجا تکرار می‌شود که اختلاف بین سرعت‌ها به حداقل برسد. مراحل فوق برای کلیه گره‌ها در ناحیه انتقالی تکرار می‌شود تا سرعت‌ها در تمام گره‌ها محاسبه شود. با استفاده از قانون توزیع لگاریتمی سرعت در بسترهای نفوذپذیر، سرعت در گره‌های کانال اصلی نیز به دست می‌آید. بدین ترتیب سرعت‌ها در کل مقطع عمودی جریان عبوری از درون و روی مدل سد سنگریزه‌ای مستغرق محاسبه می‌شود. حال می‌توان با استفاده از انتگرال‌گیری سرعت‌ها در کل سطح مقطع میزان دبی عبوری از درون و روی سد سنگریزه‌ای را به دست آورد.

۱- وارد کردن مشخصات جریان، سیال، سد سنگریزه‌ای، و شرایط مرزی،
۲- محاسبه سرعت‌ها در کف کانال اصلی در ناحیه تراوش نرمال، و در ناحیه جریان بالایی،
۳- محاسبه ضخامت ناحیه انتقالی (Li et al., 1998)،
۴- حدس اولیه برای مقادیر سرعت‌ها در ناحیه انتقالی،
۵- محاسبه سرعت‌ها در ناحیه انتقالی با استفاده از معادله تعادل نیروها،
۶- مقایسه سرعت‌های محاسبه‌شده با سرعت‌های حدس زده شده در مرحله ۴،
۷- در صورت وجود اختلاف بین سرعت‌ها، جایگزینی سرعت‌های محاسبه‌شده و تکرار محاسبات تا همگرایی کامل،
۸- تکرار محاسبات برای به دست آوردن سرعت‌ها در تمام گره‌ها،
۹- محاسبه سرعت‌ها در ناحیه کانال اصلی با استفاده از قانون لگاریتمی توزیع سرعت،
۱۰- محاسبه مقادیر دبی‌ها در تمام گره‌ها با استفاده از انتگرال سرعت‌ها در کل سطح و چاپ دبی محاسبه شده. الگوریتم محاسبات در مدل ریاضی تهیه‌شده در شکل ۳ ارائه شده است. در مدل ریاضی تهیه‌شده ابتدا باید مشخصات جریان شامل ارتفاع آب اندازه‌گیری شده در بالادست و پایین‌دست سد سنگریزه‌ای، مشخصات سیال شامل لزوجت و ابعاد سد سنگریزه‌ای وارد شوند. سپس با



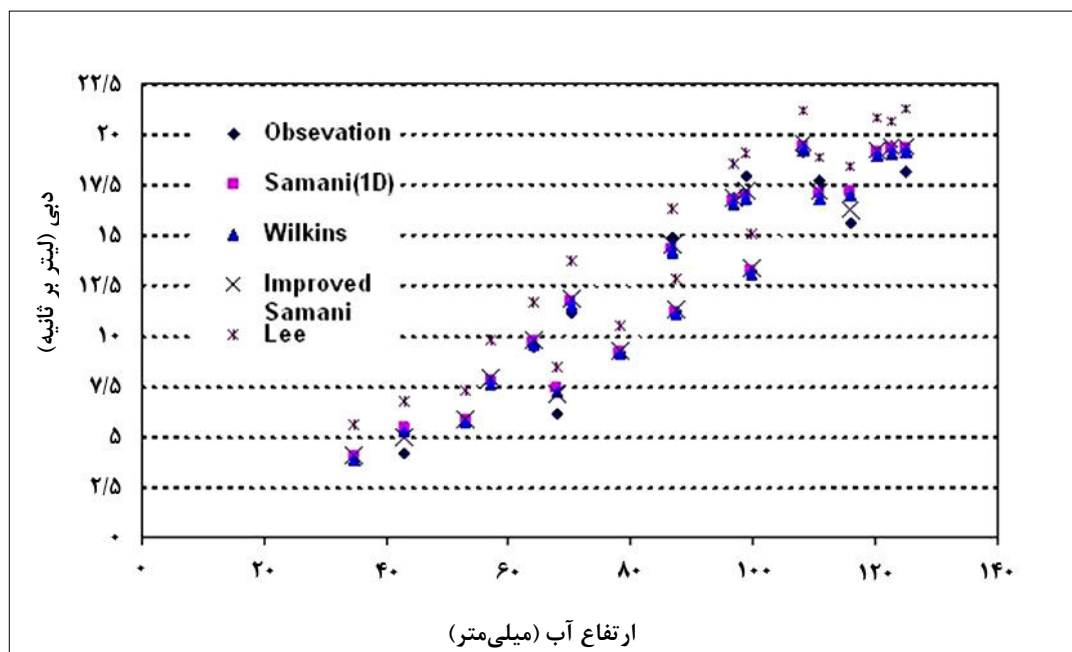
شکل ۳- الگوریتم مدل ریاضی تهیه‌شده

در واقع، صحت مدل ریاضی تهیه‌شده باید با داده‌های طبیعی یا آزمایشگاهی تایید شود. مدل ریاضی تهیه شده، با هر یک از ضرایب ارائه‌شده در جدول ۱ اجرا شده و پروفیل‌های سرعت عبوری از درون و روی محیط‌های متخلخل درشت‌دانه مستغرق به دست آمده است.

شده و پروفیل‌های سرعت عبوری از درون و روی محیط‌های متخلخل درشت‌دانه مستغرق به دست آمده است.

جدول ۱- ضرایب ارائه شده برای a و b

نام روش	a	b
سامانی- یک‌بعدی (Samani et al., 2003)	۵۴	-۰/۰۷۷
لی (Li, 1990)	۸/۷۵	-۰/۱۷
استفانسن (Stephansen, 1976)	۸/۹	۰
ویلیکینز (Li et al., 1998)	۱۰۵/۳	-۰/۱۵
سامانی- اصلاح شده (Samani et al., 2003)	۴۵	-۰/۰۸



شکل ۴ - مقایسه دبی‌های اندازه‌گیری و شبیه‌سازی شده برای ضرایب مختلف

جریان در حالت استغراق ارائه داده‌اند می‌توان از طریق فرمول انحراف نسبی مطلق ارزیابی کرد:

$$AA = \left(\sum_{i=1}^n \left| \frac{Q_{oti} - Q_{omi}}{Q_{omi}} \right| / n \right) \quad (17)$$

در شکل ۴ روند تغییرات دبی‌های محاسباتی حاصل از ضرایب فوق‌الذکر و مقادیر مشاهداتی نسبت به ارتفاع آب روی مدل فیزیکی رسم شده است. این نمودار برای ضریب وان کارمن برابر با ۰/۲۸ ارائه شده است. اعتبار هر یک از ضرایبی را که محققان مختلف برای محاسبه دبی

برای ضرایب ویلکینز کمترین مقدار را دارد. همچنین، ضرایب سامانی برای حالت یک‌بعدی هم نتایج بسیار نزدیکی با مقادیری دارد که ویلکینز محاسبه کرده است. بنابراین، ضرایبی انتخاب شده‌اند که ویلکینز و سامانی به عنوان بهترین ضرایب برای مدل فیزیکی ساخته‌اند.

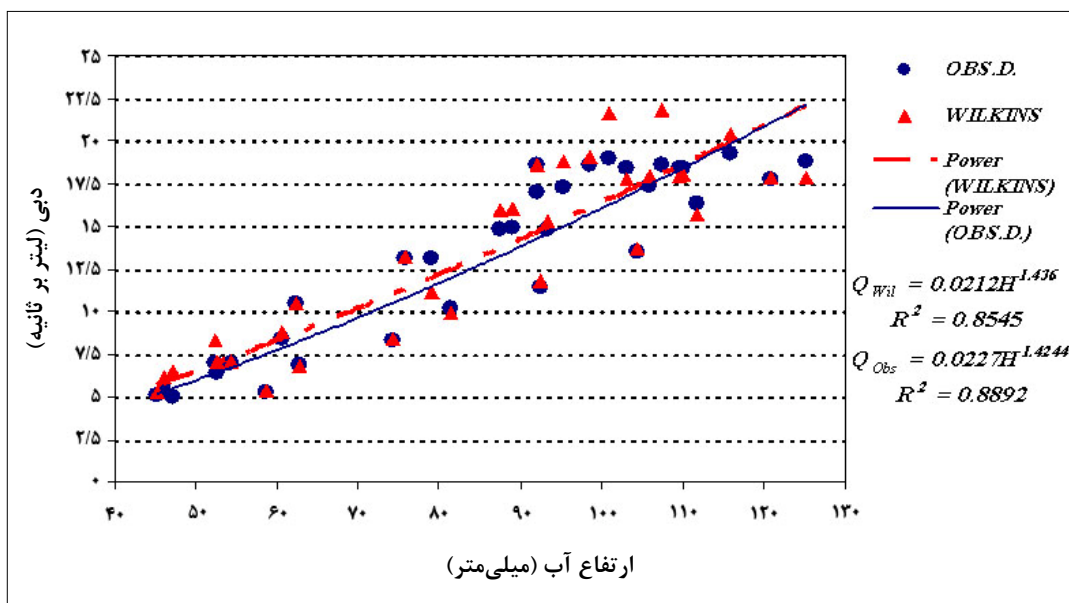
که در آن، $AA =$ انحراف نسبی مطلق؛ $Q_{oti} =$ دبی شبیه‌سازی شده با مدل ریاضی؛ $Q_{omi} =$ دبی اندازه‌گیری شده (مشاهداتی)؛ و n تعداد آزمایش‌هاست. مقادیر محاسبه‌شده شاخص AA برای مقادیر مختلف ضرایب a و b ارائه شده توسط محققان مختلف در جدول ۲ آورده شده است. انحراف نسبی مطلق

جدول ۲- مقدار محاسبه‌شده شاخص AA برای مقادیر مختلف ضرایب a و b

نام روش	سامانی- اصلاح شده	لی	استفان سن	ویلکینز	سامانی- یک‌بعدی
AA	۷/۵	۲۲/۵	---	۴/۹۶	۶/۴۵

نشان می‌دهد. این امر صحت تحقیقات دیگر محققان را در این مورد تایید می‌کند که مقدار ثابت وان کارمن در بسترهای نفوذپذیر برابر با ۰/۲۸ است.

شکل ۵، نتایج دبی‌های محاسبه‌شده از ضرایب ویلکینز را در ثابت وان کارمن برابر با ۰/۲۸ و شکل ۶ نمودار نتایج دبی‌های محاسباتی را با دبی‌های مشاهداتی در ثابت وان کارمن برابر با ۰/۴



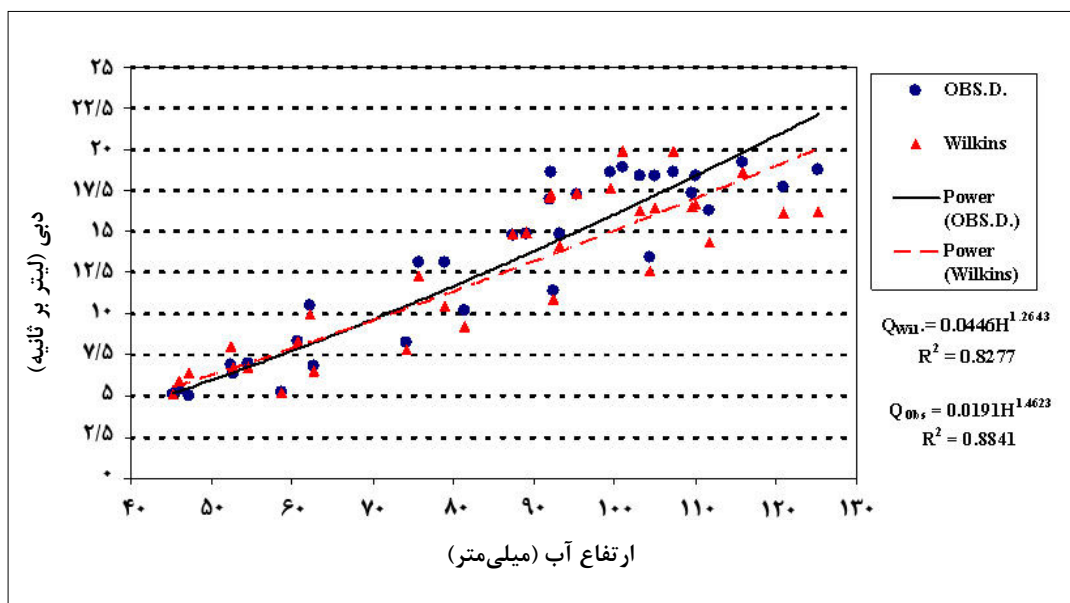
شکل ۵- مقایسه دبی‌های محاسبه شده از ضرایب ویلکینز و اندازه‌گیری شده در ضریب وان کارمن ۰/۲۸

مدل ریاضی یک‌بعدی محاسبه دبی جریان در ...

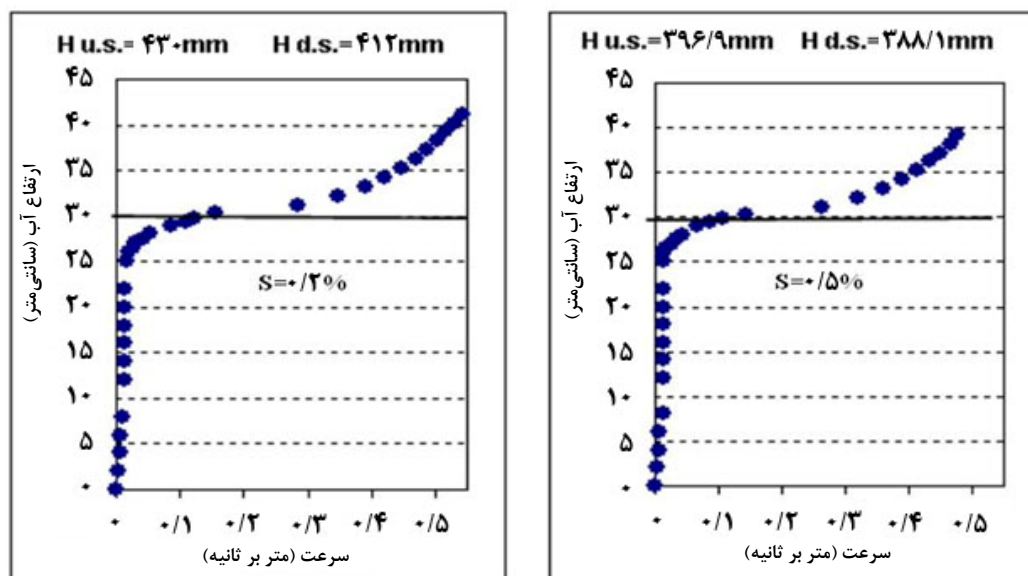
نرمال است؛ در قسمتی بین ناحیه تراوش نرمال و کف کانال اصلی، که ناحیه انتقالی نام دارد، تغییرات سرعت محسوس است؛ و ناحیه بالای سد سنگریزه‌ای که پروفیل سرعت در این ناحیه از قانون توزیع لگاریتمی تبعیت می‌کند. با داشتن پروفیل‌های سرعت و مقادیر آن در هر گره در درون و روی سد سنگریزه‌ای، می‌توان دبی کل عبوری از درون و بالای سد سنگریزه‌ای را از فرمول $Q = \int_0^h u dA$ به راحتی محاسبه نمود، که در آن، $h =$ ارتفاع کل سد و عمق آب روی آن؛ و $u =$ سرعت در هر گره است. نمودارهای فوق‌الذکر در قسمت وسط سد سنگریزه‌ای رسم شده‌اند.

پروفیل‌های قائم سرعت در درون و بالای سد سنگریزه‌ای

شکل ۷، پروفیل‌های قائم سرعت را در شیب‌های ۰/۲ و ۰/۵ درصد برای اعماق مختلف به ترتیب در بالادست و پایین‌دست سد سنگریزه‌ای مستغرق نشان می‌دهد. ارتفاع مدل فیزیکی ساخته‌شده ۳۰ سانتی‌متر بوده است. این نمودارها بر اساس ضرایبی رسم شده که ویلکینز ارائه داده است. این نمودارها نشان می‌دهد که سرعت در کف کانال اصلی (روی محیط سنگریزه‌ای) صفر نیست و دارای مقداری مخالف صفر است. تغییرات سرعت در ناحیه پایین سنگریزه‌ای بسیار کم است که معرف ناحیه تراوش



شکل ۶ - مقایسه دبی‌های محاسبه‌شده از ضرایب ویلکینز و اندازه‌گیری‌شده در ضریب وان کارمن ۰/۴



Hds: ارتفاع آب در پایین دست

Hus: ارتفاع آب در بالادست

شکل ۷- پروفیل‌های قائم سرعت در سد سنگریزه‌ای مستغرق

نتایج و بحث

ناحیه سنگریزه‌ای با افزایش گرادیان هیدرولیکی نسبت مستقیم دارد. دبی عبوری از درون سد سنگریزه‌ای وقتی گرادیان هیدرولیکی به کمترین و بیشترین مقدار خود می‌رسد به ترتیب بین ۳ تا ۲۱ درصد دبی کل عبوری از درون و روی سد سنگریزه‌ای است. هر چه مقدار جریان عبوری از محیط بیشتر باشد، نسبت دبی عبوری از درون سد سنگریزه‌ای نسبت به کل دبی عبوری از درون و روی سد سنگریزه‌ای کمتر می‌شود. بیشترین دبی عبوری از درون سد سنگریزه‌ای، با ضرایب ارائه شده توسط لی به دست آمده است. در نتایج به دست آمده از این ضرایب، مقدار دبی عبوری از درون سد سنگریزه‌ای بین ۱۴ تا ۳۸ درصد کل دبی عبوری از درون و روی سد سنگریزه‌ای است.

پروفیل‌های قائم سرعت در درون و بالای سد پاره‌سنگی نشان‌دهنده یک ناحیه انتقالی بین ناحیه تراوش

در مدل‌های فیزیکی ساخته‌شده، ضرایبی که ویلکینز و سامانی ارائه داده‌اند با نتایج حاصل از داده‌های آزمایشگاهی در ضریب وان کارمن 0.28 بهترین همبستگی را دارند. بنابراین، در دامنه قطر دانه‌بندی سنگریزه‌های موجود این ضرایب ویلکینز و سامانی انتخاب شده‌اند. ضرایبی را که لی ارائه داده است بیشترین خطا را نسبت به مقادیر آزمایشگاهی دارند به طوری که مقدار انحراف نسبی مطلق برای مدل‌های فیزیکی ساخته‌شده برابر با $22/5$ درصد است. در ضریب ثابت وان کارمن برابر با 0.4 که ثابت مورد استفاده برای بسترهای نفوذناپذیر است، مقادیر محاسبه‌شده از مدل ریاضی با ضرایب فوق دارای اختلاف معنی‌دار با مقادیر مشاهداتی در آزمایشگاه هستند. هر چه مقدار گرادیان هیدرولیکی بیشتر باشد، دبی عبوری از درون سد سنگریزه‌ای بیشتر است. دبی عبوری از درون

حاکم بر جریان در بخش‌های مختلف سد سنگریزه‌ای مستغرق، مدلی برای محاسبه دبی جریان عبوری از درون و روی سدهای سنگریزه‌ای مستغرق ارائه شد. محققان، مقادیر مختلفی برای ضرایب ثابت موجود در معادله ارائه داده‌اند که در این تحقیق از همان ضرایب استفاده شده است. برای بررسی صحت و سقم مدل ریاضی تهیه‌شده، از داده‌های مشاهداتی استفاده شده است. به همین منظور ۲ مدل فیزیکی از سد سنگریزه‌ای مستغرق با ابعاد دانه‌بندی متغیر ساخته شده است. نتایج واسنجی نشان می‌دهد که مدل ریاضی تهیه‌شده در محاسبه دبی جریان در سدهای سنگریزه‌ای مستغرق کارایی بالایی دارد. می‌توان از این مدل برای طراحی سدهای سنگریزه‌ای، به خصوص در مناطقی که احتمال مستغرق شدن سد سنگریزه‌ای وجود دارد، استفاده کرد. پیشنهاد می‌شود در تحقیقات آینده تاثیر مدل‌های فیزیکی با دامنه‌های شیب‌دار در بالادست و پایین‌دست بر مقدار جریان عبوری از درون و روی سدهای سنگریزه‌ای بررسی شود. همچنین می‌توان در تهیه مدل ریاضی محاسبه دبی جریان یک مدل ۲ بعدی را نیز توسعه داد.

نرمال و ناحیه بالای سد سنگریزه‌ای است. ضخامت محاسبه‌شده این ناحیه از ضرایب سامانی، سامانی-اصلاح‌شده، و ویکینز بین یک هفتم تا یک ششم و از ضرایب لی بین یک چهارم تا یک سوم ارتفاع کل سد سنگریزه‌ای است. نتایج حاصل از ضرایب استفان‌سن دارای اختلاف فاحشی با مقادیر واقعی است. که به همین دلیل از ارائه نتایج آن صرف‌نظر شده است. ضخامت محاسبه شده ناحیه انتقالی با ضرایب استفان‌سن یک بیستم ارتفاع کل سد و بسیار کمتر از ضخامتی است که از دیگر ضرایب به دست می‌آید. دبی محاسباتی از درون و روی سد سنگریزه‌ای در حالت استغراق با استفاده از ضرایب استفان‌سن، اختلاف بسیار زیادی با مقادیر مشاهداتی داشته است؛ دلیل احتمالی آن در نظر گرفتن توان ۲ برای معادلات افت جریان از درون محیط متخلخل سنگریزه‌ای است.

نتیجه‌گیری

در این تحقیق با ترکیب و توسعه معادلات مختلف

مراجع

- Adrin, D. D. 1965. Turbulent flow in porous media. Proc. Paper 4304, J. Hydraulic. Eng. 91(3): 321-32.
- Ahmed, N. and Sunda, D. K. 1969. Nonlinear flow in porous media. J. Hydraulic. Eng. 95, 1847-1857.
- Curtis, R. P. and Lawson, J. D. 1967. Flow over and through rock fill bank. J. Hydraulic. Eng. 93, 1-21.
- Geertsma, J. 1984. Estimating the coefficients of inertial resistance in fluid flow through porous media. Soc. Petroleum Eng. AIME J. 14, 445-450.

- Ghazi Moradi, A. and Masumi, S. A. 1996. Evaluation of flow through rock fill porous media. Soil and Water Conservation Research Center. Ministry of Jihad-e-Agriculture Pub. Technical Report (in Farsi)
- Gupta, A. D. and Paudyal, G. N. 1985. Characteristics of free surface flow over gravel bed. *J. Irrig. Drain. Eng.* 111, 299-319.
- Harrera, N. M. and Felton, G. K. 1991. Hydraulics of flow through a rock fills dam using sediment - free water. *Trans. ASCE.* 34, 871-875.
- Hu, Q. and Li, B. 1988. Experimental study on the overtopped concrete faced rockfill dam of the Tianshengqiao hydroelectric power project in the construction period. Scientific Report. Hydrol. 8856. Nanjing. Hydraulic. Res. Institute. Nanjing. China. 24-31.
- Kirkgoz, M. S. 1989. Turbulent Velocity profiles for smooth and rough open channel flow. *J. Hydraulic. Eng. ASCE.* 115, 1543-1561.
- Li, B. 1990. Characteristics of flow in rough channels with permeable bed. Pro. of 7th Cong. APD-IAHR. Chinese Assn. Hydraulic. Res. Nov. 1-7. Beijing. China.
- Li, B. and Garga, V. K. 1998. The theoretical solution for seepage flow in overtopped rock fills. *J. Hydraulic.* 124, 213-217.
- Li, B., Garga, V. K. and Davies, M. H. 1998. The relationships for non-Darcy flow in rock fill. *J. Hydraulic. Eng.* 124, 206-212.
- Linquist, E. G. 1962. Turbulent flow in porous media. Paper 4304. *J. Hydraulic. Eng.* 91(3): 325-330.
- Samani, H. M. V., Samani, J. M. V. and Shaiannejad, M. 2003. Reservoir routing using steady and unsteady flow through rockfill dams. *J. of Hydraulic Eng.* 129, 448-454.
- Stephansen, D. 1976. *Rockfill in Hydraulic Engineering.* Elsevier Science Pub. N. Y. USA.
- Venkataraman, P. and Rao, R. M. 1998. Darcian, transitional and turbulent flow through porous media. *J. Hydraulic. Eng.* 124, 840-846.
- Venkataraman, P. and Rao, R. M. 2000. Validation of Forchheimer's law for flow through porous media with converging boundaries. *J. Hydraulic. Eng.* 126, 63-71.
- Zagni, A. F. E. 1974. Channel flow over permeable beds of graded spheres particles. Thesis Presented to the Southampton University. England. In Partial Fulfillment of the Requirements for the Degree of Doctor of Philosophy.

مدل ریاضی یک‌بعدی محاسبه دبی جریان در ...

Zagni, A. F. E. and Smith, K. V. H. 1976. Channel flow over permeable beds of graded spheres. J. Hydraulic. Eng. 102, 207-222.

Zisis, T. and Terzidis, G. 1991. Unsteady non-Darcy flow in fractured aquifers. Advanced Water Res. Tech. In: Tsakiris, G. (Ed.). 185-194.

One Dimensional Mathematical Model for Discharge Flow Calculation in Submerged Rockfill Detention Dams

K. Ghaderi* and J. M. V. Samani

*Corresponding Author: Ph.D. Student, Hydro Structure Department, Tarbiat Modares University, P. O. Box: 14115-336, Tehran, Iran. E-mail: kghaderi@modares.ac.ir

For non-Darcy flow in submerged porous media a one- dimensional mathematical model has been developed. Rockfill detention dams are one of these porous media that comprised of relatively homogenous coarse rockfill which can be used to reduce flood discharge and hydrograph peak. In this research the focus was on the rockfill detention dams in submerged condition. The existence of overtopping rockfill dams flow, seepage flow and the potential momentum of material made investigation through and overtopping phenomena very complicated. Flow through and over rockfill detention dams can be investigated in three zones including open channel flow (main channel), normal seepage zone (non-Darcy seepage low) and transition zone. In this research, at first the governing equation in each zone has been developed individually. These equations combines with boundary condition and then the main governing equation in rockfill detention dams in submerged condition was achieved. A comparison between computed and experimental results was then made on the basis of two physical model performances in the hydraulic laboratory of the University of Tarbiat Modares. The physical model were collected from a rockfill dam of 300×300×600mm dimension (width×depth×length) with rock average diameters of 10-20mm installed in atilting flume of the hydraulic laboratory. At the end an investigation between another researcher's relation and results was made on the basis of amount of flow through rockfill detention dams and the best relation was selected.

Key words: Mathematical Model, Rockfill Detension Dam, Physical Model, Non- Darcy Equations