

## تخمین پارامترهای معادله ماسکینگام غیر خطی با الگوریتم جستجوی گرگ (WSA) (مطالعه موردی: رودخانه کارده)

سعید اکبری فرد\*، محمدرضا مددی و مریم علیان نژاد\*\*

\* نگارنده مسئول: گروه مهندسی آب، دانشگاه شهید باهنر کرمان، کرمان. تلفن: ۳۲۶۱۸۱۵۴ (۰۳۴)، پیام‌نگار:

akbarifard\_saeid@yahoo.com

\*\* به ترتیب: دانشجوی دکتری مهندسی منابع آب، گروه هیدرولوژی و منابع آب دانشکده مهندسی علوم آب دانشگاه شهید چمران اهواز؛ دانشجوی

دکتری سازه‌های آبی؛ و کارشناس ارشد مهندسی منابع آب دانشگاه شهید باهنر کرمان

تاریخ دریافت: ۹۵/۳/۱۹؛ تاریخ پذیرش: ۹۵/۸/۱۶

### چکیده

روندیابی سیلاب یکی از پیچیده‌ترین مسائلی است که در علم هیدرولیک کانال‌های باز و مهندسی رودخانه بررسی می‌شود. در میان روش‌های مختلف روندیابی سیلاب، روش ماسکینگام که پرکاربردترین روش هیدرولوژیکی است، اهمیت زیادی در مطالعات سیلاب رودخانه‌ها دارد و از دقت بالایی برخوردار است. تخمین صحیح پارامترهای موجود در مدل غیرخطی ماسکینگام همواره مورد توجه محققان بوده و از روش‌های مختلفی بدین منظور استفاده شده است. در مقاله حاضر، از الگوریتم جدید جستجوی گرگ (WSA) استفاده شده است. برای ارزیابی مقادیر بهینه پارامترهای مدل ماسکینگام، تابع هدف به صورت کمینه‌سازی مجموع مربعات باقیمانده‌ها (SSQ) بین حجم خروجی‌های مشاهداتی و روندیابی شده در نظر گرفته شد. به منظور بررسی میزان مطلوبیت یافته‌های تحقیق، نتایج حاصل از الگوریتم جستجوی گرگ با نتایج سایر روش‌های فرا ابتکاری شامل الگوریتم ژنتیک (GA)، الگوریتم گروه ذرات (PSO)، الگوریتم جستجوی هارمونی (HS) و الگوریتم رقابت استعماری (ICA) مقایسه گردید. برای بررسی کارآمدی این الگوریتم‌ها از شش تابع محک استاندارد با ابعاد متفاوت استفاده شد. همچنین، تحلیل حساسیت روی اندازه جمعیت برای الگوریتم‌های مورد استفاده صورت پذیرفت. نتایج بررسی‌ها نشان می‌دهد که در میان الگوریتم‌های مذکور، الگوریتم جستجوی گرگ می‌تواند برآورد مناسب‌تری از مقادیر بهینه پارامترهای مدل ماسکینگام غیرخطی ارائه دهد به طوری که مقادیر ضریب تبیین و جذر میانگین مربعات خطا برای رودخانه کارده به ترتیب برابر با ۰/۷۷۸۴۲۵ و ۰/۷۱۲۳۵۸ به دست آمد.

### واژه‌های کلیدی

الگوریتم جستجوی گرگ، بهینه‌سازی، روندیابی سیلاب، مدل هیدرولوژیک

### مقدمه

طول رودخانه‌ها با روندیابی سیل امکان‌پذیر خواهد بود. روندیابی سیلاب مجموعه عملیاتی است که طی آن هیدروگراف جریان پایین‌دست با هیدروگراف معلوم جریان بالادست تعیین می‌شود. این عملیات برای مدیریت صحیح و طراحی دقیق بسیاری از پروژه‌های زیست محیطی و منابع آب مورد نیاز است (Singh & Scarlatos, 1987). روش‌های روندیابی سیل

سیل یکی از مخرب‌ترین پدیده‌های طبیعی است که می‌تواند زیان‌های جانی و مالی بی‌شماری در مناطق شهری، صنعتی و کشاورزی به وجود آورد. از این رو شناخت ویژگی‌های سیل، مانند مقدار اوج آن در زمان‌ها و مقاطع مختلف رودخانه، همواره با اهمیت بوده است. پیش‌بینی این ویژگی‌ها و به‌طور کلی تغییرات عمق و دبی جریان در

را در مقایسه با سایر روش‌ها گزارش کردند. داس (Das, 2004) به منظور تخمین پارامترهای مدل ماسکینگام خطی و غیرخطی از یک الگوریتم تکرارشونده، بر مبنای حداقل کردن خطای هیدروگراف محاسباتی نسبت به هیدروگراف مشاهداتی بهره برد. چن و یانگ (Chen & Yung, 2007) پارامترهای ماسکینگام خطی را با استفاده از الگوریتمی مبتنی بر الگوریتم ژنتیک بهینه‌یابی کردند. چو و چانگ (Chu & Chang, 2009) الگوریتم ازدحام ذرات (PSO) را برای تخمین پارامترهای مدل غیرخطی ماسکینگام به کار بردند. نتایج بررسی‌ها نشان از برتری PSO نسبت به GA و اختلاف اندک نسبت به HS داشته است.

کاراهان و همکاران (Karahan *et al.*, 2013) با استفاده از ترکیب دو الگوریتم HS و BFGS، پارامترهای معادله ماسکینگام غیرخطی را در روندیابی سیلاب رودخانه ویلسون و وای برآورد کردند. در بین دوازده روش مختلف، روش ترکیبی پیشنهادی عملکرد بهتری داشته است. محمدی قلعه‌نی و همکاران (Mohammadi-Ghaleni *et al.*, 2010) پارامترهای مدل غیرخطی ماسکینگام را با استفاده از الگوریتم بهینه‌سازی نورد شبیه‌سازی شده (SA) و مقایسه آن با سایر الگوریتم‌های شناخته شده بهینه‌سازی کردند. نتایج این کار حاکی از بالاتر بودن دقت تخمین الگوریتم SA نسبت به تمام روش‌های گذشته (به جز HS) بود. سامانی و شمسی‌پور (Samani & Shamsipour, 2004) برای روندیابی سیلاب رودخانه‌های چندشاخه‌ای، با به کارگیری روش ماسکینگام خطی مدلی ارائه کردند که در آن برای تخمین پارامترهای مورد نیاز روندیابی از روش بهینه‌یابی غیرخطی (پاول) استفاده شده بود. حامدی و همکاران (Hamedi *et al.*, 2012)، مدل ماسکینگام غیرخطی را با استفاده از یک رابطه ذخیره ترکیبی جدید بهبود بخشیدند. این محققان برای تخمین پارامترهای مدل ماسکینگام غیرخطی پیشنهادی، از روش

را می‌توان به‌طور کلی در دو دسته طبقه‌بندی کرد: هیدرولیکی (گسترده) و هیدرولوژیکی (متمرکز) (Chaudhury *et al.*, 2002). روش‌های روندیابی هیدرولیکی بر مبنای حل عددی معادلات سنت‌ونانت و معادلات غیردائمی متغیر تدریجی در کانال‌های باز قرار دارند در حالی که روش‌های هیدرولوژیکی بر پایه معادله پیوستگی و روابط بین دبی و ذخیره موقت حجم اضافی آب در دوره سیلاب استوار است. روش‌های هیدرولوژیکی در مقایسه با روش‌های هیدرولیکی دارای محاسبات ساده و سریعی هستند و در کاربردهای مهندسی با اطمینان قابل قبولی به کار می‌روند. مشهورترین و پرکاربردترین روش در این دسته، روش ماسکینگام است (Chow, 1973) که اولین بار مهندسان ارتش ایالت متحده برای مطالعه کنترل سیلاب حوضه رودخانه ماسکینگام در اوهایو توسعه دادند (McCarthy, 1938) و پس از آن محققان مختلف با نتایج موفق‌تری آن را به کار گرفتند. بعد از آن گیل (Gill, 1987) شکل غیرخطی مدل ماسکینگام را ارائه داد که در تخمین پارامترهای هیدروگراف روندیابی شده، به‌خصوص نقطه اوج هیدروگراف، دقت چشمگیری داشت. از این‌رو، برآورد هرچه دقیق‌تر پارامترهای این مدل همواره مورد توجه مهندسان رودخانه بوده است. از این‌رو، برآورد هرچه دقیق‌تر پارامترهای این مدل همواره مورد توجه مهندسان رودخانه بوده است.

تانگ (Tung, 1985) سه روش رگرسیون خطی (LR)، شیب ترکیبی (CG) و داویدون-فلمنتجر-پاول (DFP) را بر پایه تحقیقات الگویی هوک و ژبور (HJ) برای تخمین پارامترهای این مدل پیشنهاد کرده است. موهان (Mohan, 1997) مدلی را بر مبنای الگوریتم ژنتیک (GA) به منظور تخمین پارامترهای معادله ماسکینگام غیرخطی ارائه داد. کیم و همکاران (Kim *et al.*, 2001) الگوریتم جستجوی هارمونی (HS) را در بهینه‌سازی پارامترهای رابطه ماسکینگام به کار بردند و قابلیت بالای این الگوریتم

بین انواع روش‌های موجود برای روندیابی سیل کاربرد وسیعی دارد. در مدل ماسکینگام، دو معادله پیوستگی و ذخیره خطی (روابط ۱ و ۲) به‌عنوان روابط پایه به‌کار رفته‌اند:

$$\frac{ds}{dt} = I_t - O_t \quad (1)$$

$$S_t = K[XI_t + (1 - X)O_t] \quad (2)$$

که در آنها،

$S_t$ ،  $I_t$  و  $O_t$  به‌ترتیب ذخیره، ورودی و خروجی در زمان  $t$ ؛  $K$  = ضریب بدون بعد ذخیره برای رودخانه (مقداری است ثابت و بزرگتر از صفر)؛  $X$  = فاکتور وزنی که معمولاً بین صفر و ۰/۵ در نظر گرفته می‌شود. تحقیقات بیشتر در این زمینه ثابت کرده است که رابطه بین  $S_t$  و  $[XI_t + (1-X)O_t]$  همیشه به‌صورت خطی نیست. گیل (Gill, 1978) روابط ۳ و ۴ را به‌عنوان مدل غیرخطی ماسکینگام برای روندیابی سیلاب معرفی کرده است:

$$S_t = K[ XI_t + (1 - X)O_t ]^m \quad (3)$$

$$S_t = K[XI_t^m + (1 - X)O_t^m] \quad (4)$$

در این روابط پارامتر  $m$  به‌عنوان توان برای در نظر گرفتن تاثیرات غیرخطی (بزرگتر از یک) به رابطه اضافه شده است و مدل را قادر می‌سازد تا رابطه غیرخطی بین ذخیره تجمعی و جریان را بهتر مدلسازی کند. رابطه ۳ نسبت به رابطه ۴، به‌دلیل دقت بالاتر رایج‌تر است. این رابطه را موهان (Mohan, 1977)، کیم و همکاران (Kim et al., 2001) و چو و چانگ

تعمیم‌یافته گرادیان مختصر شده (GRG) و تابع مجموع مربعات انحرافات (SSQ) دبی روندیابی شده و مشاهداتی استفاده کردند. بر این اساس، استفاده از مدل ماسکینگام غیرخطی پیشنهادی موجب شد SSQ نسبت به سایر مدل‌های ماسکینگام غیرخطی در این مورد مطالعاتی تا ۸۵ درصد بهبود یابد. براتی و همکاران (Barati et al., 2010) به‌منظور برآورد پارامترهای مدل غیرخطی ماسکینگام، به ارزیابی عملکرد الگوریتم NM پرداختند و عملکرد این الگوریتم را در برآورد پارامترهای مدل‌های روندیابی غیرخطی موفق و کارآمد معرفی کردند. دیده می‌شود که در سال‌های اخیر کاربرد روش‌های هوشمند و الگوریتم‌های فرا ابتکاری به‌منظور پیش‌بینی و بهینه‌سازی معادلات گوناگون مورد توجه محققان علوم مختلف بوده و همواره نتایج مناسبی را به‌همراه داشته است.

بررسی منابعی که نویسندگان این مقاله استفاده کردند نشان می‌دهد که تاکنون الگوریتم جستجوی گرگ را محققان به‌صورت محدود به‌کار گرفته‌اند و کارایی این الگوریتم در زمینه علوم و مهندسی آب تاکنون ارزیابی نشده است. از این‌رو در این تحقیق به‌منظور تخمین پارامترهای مدل غیرخطی ماسکینگام از الگوریتم نوین جستجوی گرگ<sup>۱</sup> (WSA) استفاده گردید. نتایج حاصل از به‌کارگیری این الگوریتم با نتایج به‌دست آمده از به‌کارگیری سایر الگوریتم‌های شناخته شده مانند الگوریتم ژنتیک<sup>۲</sup> (GA)، الگوریتم گروه ذرات<sup>۳</sup> (PSO)، الگوریتم جستجوی هارمونی<sup>۴</sup> (HS) و الگوریتم رقابت استعماری<sup>۵</sup> (ICA) مقایسه شده است.

## مواد و روش‌ها

### معرفی مدل ماسکینگام

مدل ماسکینگام از جمله مدل‌های روندیابی هیدرولوژیکی است که به‌دلیل سادگی و دقت کافی، در

1- Wolf Search Algorithm  
3- Particle Swarm Optimization  
5- Imperialist Competitive Algorithm

2- Genetic Algorithm  
4- Harmony Search

رفتار گرگ در طبیعت (Chu & Chang, 2009) استفاده کرده‌اند. با در نظر

گرفتن رابطه ۳ می‌توان رابطه ۵ را استخراج کرد:

$$O_t = \left(\frac{1}{1-X}\right) \left(\frac{S_t}{K}\right)^{\frac{1}{m}} - \left(\frac{X}{1-X}\right) I_t \quad (5)$$

با ترکیب روابط ۱ و ۵، رابطه ۶ به دست می‌آید:

$$\frac{\Delta S_t}{\Delta t} = -\left(\frac{1}{1-X}\right) \left(\frac{S_t}{K}\right)^{\frac{1}{m}} + \left(\frac{1}{1-X}\right) I_t \quad (6)$$

که در آن،

$(\Delta S_t)/\Delta t$  = تغییرات ذخیره نسبت به زمان. همچنین؛

$$S_{t+1} = S_t + \Delta S_t \quad (7)$$

که در آن،

$S_{t+1}$  = ذخیره در زمان  $t+1$ . پیدا کردن مقادیر درست برای  $k$ ،  $m$  و  $X$  با استفاده از روش سعی و خطا دشوار و زمان بر است، از این روشی متفاوت برای برآورد صحیح این پارامترها لازم خواهد بود. در این تحقیق از الگوریتم نوین جستجوی گرگ استفاده شده تا این مشکل را برطرف کند.

### الگوریتم جستجوی گرگ (WSA)

الگوریتم جستجوی گرگ (WSA) یکی از جدیدترین الگوریتم‌های فرا ابتکاری است که تانگ و همکاران (Tang et al., 2012) با الهام از روش جستجوی غذای گرگ‌ها و نجات آنها به وسیله دوری از دشمنانشان در طبیعت ارائه شده است. کاربردهای بسیار کمی از این الگوریتم در زمینه‌های مختلف گزارش شده است (Tang et al., 2012). در این تحقیق برای اولین بار از این الگوریتم به منظور برآورد پارامترهای مدل غیرخطی ماسکینگ استفاده می‌شود.

گرگ‌ها شکارچینی اجتماعی هستند که به صورت خانوادگی رفت‌وآمد می‌کنند. گرگ‌ها در آن واحد هم برای شکار جستجو می‌کنند و هم مراقب تهدیدات شکارچینی چون ببر و انسان هستند. به هنگام شکار خاموش‌اند و از مخفیگاه برای پنهان کردن خود استفاده می‌کنند. این شکارچی متناوباً موقعیت خود را نسبت به شکار و تهدید انتخاب می‌کند و برای رسیدن به نقطه بهتر تغییر موقعیت می‌دهد.

الگوریتم جستجوی گرگ (WSA) با استفاده از احتمال رویداد تهدیدها شبیه‌سازی شده است. هر گرگ در الگوریتم جستجوی گرگ دارای حس فاصله‌ای است که یک شعاع حسی یا منطقه تحت پوشش را ایجاد می‌کند که به دید بصری برمی‌گردد. این فاصله بصری برای جستجوی غذا به کار می‌رود که در الگوریتم جستجوی گرگ به آن بهینه سراسری<sup>۱</sup> می‌گویند. گرگ در این فاصله، با آگاهی از موقعیت هم نوعان خود می‌تواند به سمت موقعیت بهتر حرکت کند، یا با توجه به فاصله‌ای که از دشمن دارد می‌تواند از محدوده بصری فراتر رود. در حالت جستجو، زمانی که هیچ‌یک از موارد فوق در داخل محدوده بصری تشخیص داده نشد، گرگ اقدام به حرکت براونی<sup>۲</sup> (BM) می‌کند که در واقع تقلیدی از حرکت تصادفی ذرات معلق در مایعات است. سه قانون حاکم بر الگوریتم جستجوی گرگ بر اساس رفتار واقعی گرگ هنگام شکار در طبیعت به صورت زیر است (Tang et al., 2012):

- هر گرگ ناحیه ثابت بصری با شعاع  $v$  برای  $X$  به عنوان سری جواب‌های محتمل مسأله دارد. در صفحات فضایی که ویژگی‌های چندگانه در آن تسلط دارند، فاصله‌ها با استفاده از فرمول مینکوسکی<sup>۳</sup> تخمین زده می‌شود که به صورت رابطه ۸ است:

تانگ و همکاران (Tang et al., 2012) با توجه به نحوه ادغام گرگ‌ها در هنگام شکار، رابطه ۱۰ را به عنوان تابع هدف در الگوریتم جستجوی گرگ معرفی می‌کند:

$$\beta(r) = \beta_0 e^{-r^2} \quad (10)$$

که در آن،

$r = \frac{I_0}{r^2}$  که  $I_0 =$  منبع غذا (انگیزه نهایی)؛ و  $r =$  فاصله بین غذا یا قلمرو جدید با گرگ.

همان‌طور که در شکل ۱ مشخص است، در الگوریتم WSA با توجه به رفتار گرگ در هنگام شکار، سه نوع وضعیت در هر تکرار روی می‌دهد که عبارت‌اند از:

- شکار/اولیه: گرگ شکار را می‌خورد که در واقع نمایانگر هدف نهایی تابع بهینه‌سازی است. این مرحله در ابتدای حلقه اجرا قرار دارد و بعد از کنترل کردن اینکه نقطه فعلی باید تغییر کند یا بعد از گام تصادفی در پیاده‌روی تصادفی قرار گیرد، تکرار می‌شود به طوری که گرگ به صورت مداوم به دنبال شکار است. گرگ، وقتی شکار در ناحیه دید او قرار گیرد، گام به گام به سمت آن حرکت می‌کند.

- شکار منفعلانه: اگر گرگ شکار یا پناهگاه بهتری پیدا نکند، در حالت اخطار برای تهدید احتمالی و آماده برای بهبود موقعیت فعلی، در مقایسه با هم‌نوعان خود، می‌ماند.

- فرار: زمانی که گرگ با تهدید مواجه شود به سرعت به سمت موقعیتی جدید فرار می‌کند که خارج از محدوده خطر باشد. فرار گامی مهم برای جلوگیری از قرار گرفتن گرگ در نقطه اپتیمم محلی است (Tang et al., 2012). رابطه ۱۱ موارد سه‌گانه فوق را به صورت ریاضی ارائه می‌دهد:

$$\text{if moving} = \begin{cases} x(i) = x(i) + \alpha \cdot r \cdot \text{rand}() & \text{Prey} \\ x(i) = x(i) + \alpha \cdot s \cdot \text{escape}() & \text{Escape} \end{cases} \quad (11)$$

که در آن،

$$v \leq d(x_i, x_c) = \left( \sum_{k=1}^n |x_{i,k} - x_{c,k}|^{\lambda} \right)^{1/\lambda} \quad (8)$$

که در آن،

$x_c =$  متعلق به  $X$ ؛  $x_i =$  موقعیت فعلی؛  $x_c =$  تمام موقعیت‌های بالقوه مجاور  $x_i$  (فاصله بین این دو موقعیت باید کمتر مساوی  $v$  باشد)؛ و  $\lambda =$  فضای مازاد است.

میزان برآزش تابع هدف، کیفیت موقعیت فعلی گرگ را نشان می‌دهد. گرگ همیشه تلاش می‌کند تا به بهترین قلمرو برسد. او علاوه بر این، ترجیح می‌دهد که در جهت قلمروی حرکت کند که یک هم‌نوع نیز در آن قلمرو حضور داشته باشد. اگر بیش از یک موقعیت وجود داشته باشد که هم نوعان اشغال کرده‌اند، گرگ بهترین موقعیت را از بین گزینه‌های موجود انتخاب می‌کند و گرنه به قدم زدن تصادفی خود در قالب حرکت براونی ادامه خواهد داد.

گرگ در بعضی نقاط، به دلیل حضور دشمن، ممکن است احساس خطر کند. در این حالت به یک موقعیت تصادفی دور از ناحیه خطر و خارج از محدوده دید دشمن فرار می‌کند. در واقع حرکت گرگ با استفاده از رابطه ۹ قابل بیان است:

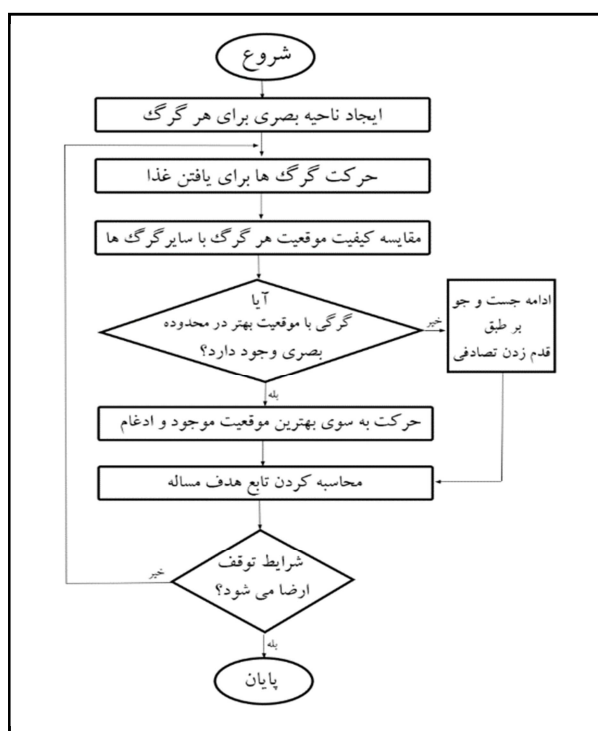
$$x(i) = x(i) + \beta_0 e^{-r^2} (x(j) - x(i)) + \text{escape}() \quad (9)$$

که در آن،

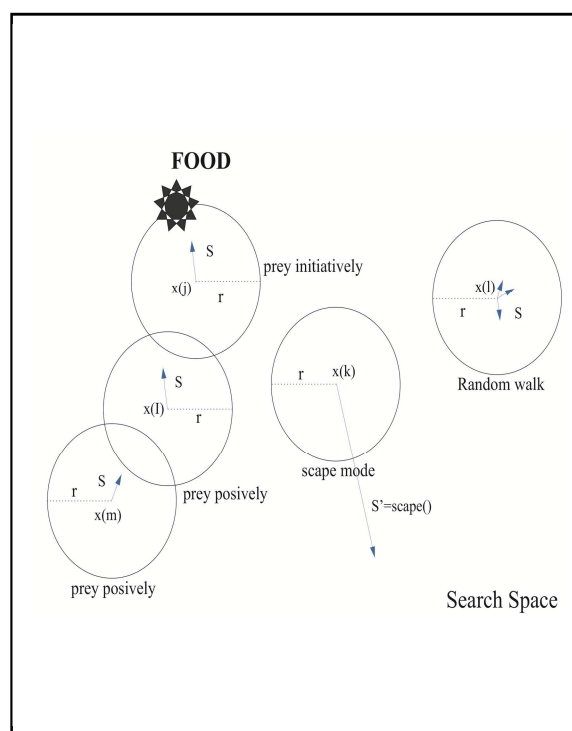
$\text{escape}()$  = تابعی که موقعیت تصادفی با کمترین طول پرش ( $v$ ) را محاسبه می‌کند؛  $x =$  گرگ است که راه‌حل‌های پیش رو را نشان می‌دهد؛ و  $x(j) =$  هم‌نوع با موقعیت بهتر که با مقدار تابع برآزش نشان داده می‌شود. عبارت دوم معادله بالا نشان‌دهنده تغییر مقدار به دست آمده با پیشروی به سمت موقعیت بهتر است.  $r =$  فاصله بین گرگ و هم‌نوعش با موقعیت بهتر.

می‌کند چون موقعیت بهتر یا نزدیک‌تری به غذا دارد.  $x(m)$  از  $x(i)$  پیروی خواهد کرد و  $x(k)$  با یک جهش بزرگ از تهدید احتمالی فاصله می‌گیرد. اگر چنین نباشد، احتمال دارد که  $x(k)$ ،  $x(j)$  را در محدوده خود احساس کند و اگر  $f(x(j)) > f(x(k))$  باشد، آنگاه با آن ادغام شود.  $x(j)$  هم‌نوعان اطراف خود را نادیده گرفته به سمت غذا حرکت می‌کند، که دارای بیشترین ارزش سازگاری است.  $x(i)$  با فاصله به حرکت براونی خود ادامه می‌دهد (Tang et al., 2012).

$x(i)$  = موقعیت گرگ؛  $\alpha$  = سرعت؛  $rand()$  = تابعی تصادفی که مقادیر متوسط آن در  $[-1,1]$  توزیع شده؛  $s$  = اندازه گام؛ و  $escape()$  = تابعی سفارشی که به صورت تصادفی موقعیت بهتری به وجود می‌آورد. شکار اولیه و شکار منفعلانه، هر دو، از بخش بالایی فرمول استفاده می‌کنند و فرار قسمت پایین فرمول را به کار می‌بندد. مسیر حرکت گرگ در شکل ۱ قابل مشاهده است. همان‌طور که مشخص است  $x(i)$  در محدوده  $x(j)$  و  $x(m)$  قرار دارد ولی به سمت  $x(j)$  حرکت



شکل ۲- فلوچارت حل مسئله با الگوریتم جستجوی گرگ



شکل ۱- شماتیکی از WSA در واقعیت (Tang et al., 2012)

جواب‌های تصادفی آغاز می‌کند که جمعیت نامیده می‌شوند (شکل ۳-الف). هر جمعیت از تعدادی کروموزوم تشکیل می‌شود و هر کروموزوم شامل ژن‌هایی است، ژن‌هایی که می‌توانند اعداد دودویی، حقیقی، نشانه‌ها و ... باشند. پس از تولید تصادفی نسل اول، کروموزوم‌های موجود در این نسل ارزیابی می‌شوند و بر اساس برآزش به‌دست آمده از هر کروموزوم، جمعیت نسل بعد به گونه‌ای

### سایر الگوریتم‌های مورد استفاده

همان‌طور که گفته شد، برای ارزیابی توانایی الگوریتم WSA، نتایج آن با نتایج الگوریتم‌هایی مقایسه شد که در ادامه یادآوری می‌شود.

- الگوریتم ژنتیک (GA): این الگوریتم با الهام از پروسه تکامل طبیعت و خصوصیات ژنتیکی موجودات مطرح شد. این الگوریتم، جستجو را با مجموعه‌ای از

مستعمراتی تشکیل می‌دهند که هر یک به یک استعمارگر تعلق دارد. استعمارگران، بسته به قدرتشان، این مستعمرات را با روندی خاص به سمت خود می‌کشند. بعضی از این مستعمرات در حین حرکت به سمت کشور استعمارگر، ممکن است به موقعیتی بهتر از استعمارگر برسند (هزینه کمتر نسبت به استعمارگر). در این حالت، کشور استعمارگر و کشور مستعمره، جای خود را با یکدیگر عوض می‌کنند و الگوریتم با کشور استعمارگر در موقعیت جدید ادامه می‌یابد و این بار این کشور استعمارگر جدید است که شروع به اعمال سیاست همگون‌سازی بر مستعمرات خود می‌کند. در هر تکرار الگوریتم، ضعیف‌ترین استعمارگر، یک یا چند تا از ضعیف‌ترین مستعمرات خود را از دست می‌دهد و برای تصاحب این مستعمرات، رقابتی میان سایر استعمارگرها ایجاد می‌شود. چندی بعد، همه استعمارگرها سقوط می‌کنند و تنها یک استعمارگر وجود خواهد داشت و بقیه کشورها تحت کنترل این استعمارگر واحد قرار می‌گیرند. در چنین موقعیتی رقابت استعماری به پایان می‌رسد (Atashpaz-Gargari & Lucas, 2007). فلوجارت این الگوریتم در شکل ۳-ج نشان داده شده است.

**الگوریتم جستجوی هارمونی (HS):** این الگوریتم بر اساس اصول و رفتار موسیقیدانان است که برای ساخت قطعه‌ای موسیقی با یکدیگر همکاری می‌کنند و سعی خواهند کرد از میان نت‌های مختلف، گزینه‌های مناسب‌تر را انتخاب کنند تا در نهایت بهترین قطعه موسیقی ایجاد شود. بدین ترتیب می‌توان ابزارها و آلات موسیقی را با متغیرهای تصمیم در مسأله بهینه‌سازی، متناظر دانست. در موسیقی، به‌منظور دستیابی به بهترین اجرا، هر تمرین با تمرین قبل مقایسه و در هر تکرار قطعه موسیقی جدید به حافظه سپرده می‌شود. اگر قطعه موسیقی جدید تولید شده بهتر از بدترین قطعه موسیقی موجود در حافظه باشد، جایگزین آن می‌شود و به این ترتیب قطعه

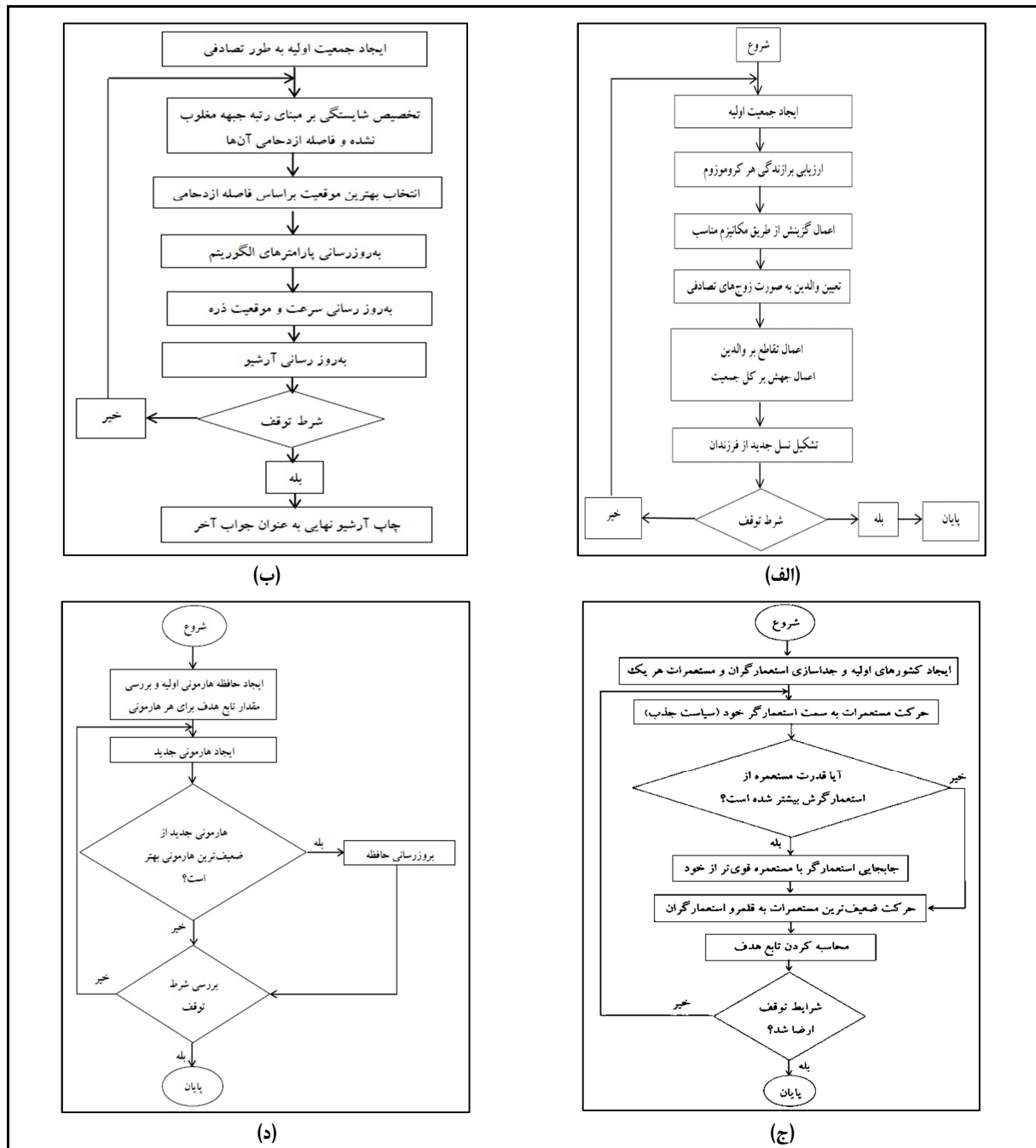
تشکیل می‌شود که مسأله را به سمت بهینه هدایت کند. در واقع الگوریتم ژنتیک بر این اصل استوار است که کروموزوم‌های بهتر (برازش مناسب‌تر) شانس بیشتری برای بقا خواهند داشت (Holland, 1975).

**الگوریتم ازدحام ذرات (PSO):** این الگوریتم از رفتار جمعی پرندگان در یافتن غذا بهره می‌گیرد. این فرآیند را می‌توان به این شکل تعریف کرد که گروهی از پرندگان به‌صورت تصادفی در منطقه‌ای به‌دنبال غذا می‌گردند و تنها در یک قسمت از آن منطقه غذا وجود دارد. هیچ‌یک از پرندگان از مکان غذا اطلاعی ندارد اما میزان فاصله خود را تا محل غذا در هر مرحله از جستجو می‌داند. اکنون این سؤال مطرح می‌شود که بهترین تدبیر برای رسیدن به غذا چیست؟ شاید مؤثرترین استراتژی این باشد که پرنده به‌دنبال پرنده‌ای حرکت کند که نزدیک‌ترین فاصله را تا غذا دارد. PSO از این سناریو در رسیدن به محل بهینه استفاده می‌کند. در PSO هر جواب مسأله، موقعیت هر پرنده در فضای جستجو است که ذره نامیده می‌شود. تمام ذره‌ها دارای یک مقدار شایستگی هستند که از تابع شایستگی که باید بهینه شود به‌دست می‌آیند و پرنده‌ای به غذا نزدیک‌تر است که شایستگی بیشتری دارد و همچنین هر ذره یک سرعت دارد که مسیر حرکت آن را به‌سوی ذره بهینه فعلی هدایت می‌کند (Shah-Hosseini *et al.*, 2011). در واقع انبوه ذرات که کمینه یک تابع را جستجو می‌کنند، همانند دسته‌ای از پرندگان عمل خواهند کرد که به‌دنبال غذا می‌گردند (Kennedy & Eberhart, 1995). فلوجارت این الگوریتم در شکل ۳-ب نشان داده شده است.

**الگوریتم رقابت استعماری (ICA):** این الگوریتم با تعدادی جمعیت اولیه تصادفی که هر یک از آنها یک کشور نامیده می‌شود، شروع می‌شود. تعدادی از بهترین عناصر جمعیت (کشورهای دارای کمترین مقدار تابع هزینه) به‌عنوان استعمارگر هستند و باقیمانده جمعیت نیز

فلوچارت این الگوریتم در شکل ۳-د نشان داده شده است. کدنویسی الگوریتم‌های مورد بررسی در محیط برنامه‌نویسی نرم‌افزار MATLAB (R2014a) انجام شد. شبه کد الگوریتم WSA در جدول ۱ ارائه شده است.

موسیقی بدتر از حافظه خارج خواهد شد. اما اگر قطعه موسیقی جدید بهتر از بدترین قطعه موسیقی موجود در حافظه باشد در این صورت بدون هیچ جایگزینی الگوریتم وارد تکرار بعدی می‌شود. این فرآیند آنقدر تکرار می‌شود تا بهترین قطعه موسیقی به دست آید (Geem, 2000).



شکل ۳- فلوچارت سایر الگوریتم‌های مورد استفاده در پژوهش

(الف) GA، (ب) PSO، (ج) ICA و (د) HS



جدول ۱- شبه کد الگوریتم WSA

```

Objective function  $f(x)$ ,  $x=(x_1,x_2,...,x_d)^T$ 
Initialize the population of wolves,  $x_i(i=1,2,...,W)$ 
Define and initialize parameters:
r = radius of the visual range
s = step size by which a wolf moves at a time
a = velocity factor of wolf
 $p_a$  = a user-defined threshold [0..1], determines how frequently an enemy appears
WHILE (t<generations && stopping criteria not met)
FOR  $i=1:W$  // for each wolf
Prey_new_food_initiatively();
Generate_new_location();
// check whether the next location suggested by the random number generator is new. If not, repeat generating
random location.
IF( $\text{dist}(x_i,x_j)<r$  &&  $x_j$  is better as  $f(x_i)<f(x_j)$ )
 $x_i$  moves towards  $x_j$  //  $x_j$  is a better than  $x_i$ 
ELSE IF
 $x_i = \text{Prey\_new\_food\_passively}()$ ;
END IF
Generate_new_location();
IF( $\text{rand}()>p_a$ )
 $x_i = x_i + \text{rand}() + v$ ; // escape to a new pos.
END IF
END FOR
END WHILE
    
```

جلوگیری از این رخداد، از روش تابع غیر مستقیم جریمه به شکل زیر استفاده می‌شود (روابط ۱۳ و ۱۴) (Karahan *et al.*, 2013):

$$S_{t+1}^* = \alpha_1 |S_{t+1}|, \quad \text{if } S_{t+1} < 0 \quad (13)$$

$$O_{t+1}^* = \alpha_2 |O_{t+1}|, \quad \text{if } O_{t+1} < 0 \quad (14)$$

که در آن‌ها،

$\alpha_1$  و  $\alpha_2 =$  ثابت‌های جریمه؛  $S_{t+1}^*$  و  $O_{t+1}^* =$  مقدار ذخیره و سیلاب خروجی در بازه زمانی  $t+1$  بعد از اعمال جریمه؛ و  $S_{t+1}^*$  و  $O_{t+1}^* =$  مقادیر مثبت اما غیر واقعی.

معیارهای ارزیابی

برای ارزیابی نتایج الگوریتم‌های به‌کار رفته در این تحقیق از شاخص‌های ضریب تبیین ( $R^2$ )، جذر میانگین مربعات خطا (RMSE)، میانگین قدر مطلق خطا (MAE)،

مدل ریاضی ارائه شده در این تحقیق

در مطالعه حاضر، برای ارزیابی مقادیر بهینه پارامترهای  $K$ ،  $X$  و  $m$  در مدل ماسکینگام غیر خطی، تابع هدف به صورت کمینه‌سازی مجموع مربعات باقیمانده‌ها (SSQ) بین حجم خروجی‌های مشاهداتی و روندیابی شده مطابق رابطه ۱۲ تعریف شده است:

$$\text{Min SSQ} = \sum_{t=1}^N (O_t - Oc_t)^2 \quad (12)$$

که در آن،

$Oc_t =$  حجم سیلاب خروجی روندیابی شده (محاسباتی) در زمان  $t$ ؛ و  $N =$  تعداد گام‌های زمانی روندیابی سیل است.

اگر مقادیر ناممکن  $K$ ،  $X$  و  $m$  انتخاب شوند، مقادیر  $O_t$  و  $S_t$  در مدل ماسکینگام منفی به‌دست می‌آیند. برای

که در آنها،  
 $S_i$  = سیلاب خروجی روندیابی شده؛  $\bar{S}$  = میانگین داده‌های محاسباتی؛  $O_i$  = سیلاب خروجی مشاهداتی؛  $\bar{O}$  = میانگین داده‌های مشاهداتی؛ و  $n$  = تعداد مشاهدات.

دامنه تغییرات شاخص توافق ویلموت از  $-\infty$  تا ۱ است که مقدار ۱، توافق کامل بین داده‌های مشاهداتی و محاسباتی را نشان می‌دهد. کم بودن مقدار RMSE و بالا بودن ضریب  $R^2$  بیانگر دقت بیشتر مدل و برتری آن نسبت به مدل دیگر است. MAE، MSE و NMSE هر یک به شیوه‌ای اختلاف بین داده‌های مشاهداتی و محاسباتی را نشان می‌دهد، که هر چه این مقادیر کمتر باشد به معنای آن است که کار نتیجه‌بخش‌تر بوده است.

#### تحلیل حساسیت الگوریتم‌ها

به منظور تخمین بهترین تعداد برای جمعیت اولیه در الگوریتم‌های مورد بررسی، اجراهای متفاوت با جمعیت اولیه از ۱۰ تا ۸۰، آزموده شد. نتایج حاصل از این بررسی در شکل ۴ قابل مشاهده است.

شاخص توافق ویلموت (d)، مربع میانگین خطای استاندارد (MSE) و مربع میانگین خطای استاندارد نرمال شده (NMSE) استفاده شده است که در روابط ۱۵ تا ۲۰ آورده شده‌اند.

$$R^2 = \left( \frac{\sum (O_i - \bar{O})(S_i - \bar{S})}{\sqrt{\sum (O_i - \bar{O})^2 \times \sum (S_i - \bar{S})^2}} \right)^2 \quad (15)$$

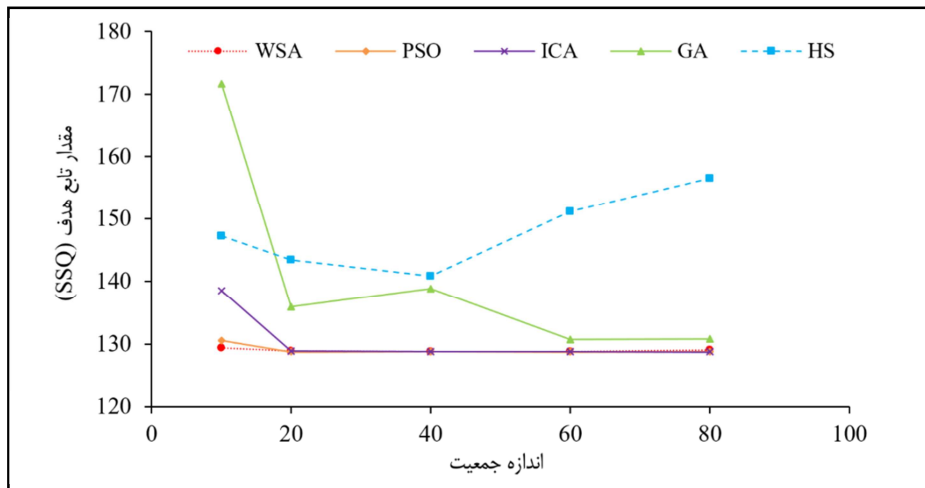
$$RMSE = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (S_i - O_i)^2} \quad (16)$$

$$MAE = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n |S_i - O_i| \quad (17)$$

$$d = 1 - \frac{\sum_{i=1}^n (S_i - O_i)^2}{\sum_{i=1}^n (|S_i - \bar{S}| + |O_i - \bar{O}|)^2} \quad (18)$$

$$MSE = \frac{\sum_{i=1}^n (O_i - S_i)^2}{n} \quad (19)$$

$$NMSE = \frac{\sum_{i=1}^n (O_i - S_i)^2}{\sum_{i=1}^n (O_i - \bar{O})^2} \quad (20)$$



شکل ۴- تحلیل حساسیت الگوریتم‌های مورد بررسی روی اندازه جمعیت

هدف را در انتخاب بهینه پارامترهای معادله ماسکینگام غیرخطی ارائه کرده‌اند در حالی که الگوریتم‌های WSA،

در شکل ۴ مشاهده می‌شود که اکثر الگوریتم‌ها، به جز الگوریتم GA، با ۴۰ جمعیت اولیه مناسب‌ترین مقدار تابع

بعد هر تابع است و تعداد تکرارها برابر ۱۰۰۰ در نظر گرفته شده است. نتایج به دست آمده از جدول ۲ نشان دهنده عملکرد مناسب تر الگوریتم های WSA، PSO و ICA، در مقایسه با الگوریتم های GA و HS، است. در این جدول مشاهده می شود که در مسائل با ابعاد کوچک (۲ بعدی) عملکرد هر پنج الگوریتم به طور تقریبی یکسان و مناسب است. با افزایش بعد مسأله و پیچیدگی آن (تابع Shekel با بعد ۴ و تابع Rosenbrock با بعد ۱۰)، عملکرد الگوریتم های GA و HS سیر نزولی دارد و از مقدار بهینه فاصله گرفته است، اما الگوریتم های WSA، PSO و ICA نسبت به دو الگوریتم دیگر خطای پایین تری دارند.

PSO و ICA با تغییر جمعیت اولیه نوسان کمتری در تابع هدف داشته اند که نشان می دهد این الگوریتم ها در برابر تعداد جمعیت اولیه حساسیت کمتری دارند.

### اعتبارسنجی الگوریتم ها با استفاده از توابع محک استاندارد

برای بررسی کارآمدی الگوریتم های مورد بررسی، از شش تابع محک استاندارد استفاده شد. جدول ۲ نتایج پیاده سازی الگوریتم های فرا ابتکاری روی این توابع محک استاندارد را نشان می دهد. تعداد اعضای جمعیت اولیه در هر الگوریتم یکسان و متناسب با

جدول ۲- نتایج پیاده سازی الگوریتم های فرا ابتکاری روی توابع محک استاندارد

WSA	ICA	PSO	HS	GA	مقدار هدف	بعد	تابع
۳	۳	۳	۳	۳/۰۰۰۴	۳	۲	Goldsten-Price
-۱/۹۱۳۲	-۱/۹۱۳۲	-۱/۹۱۳۲	-۱/۹۱۳۲	-۱/۹۱۳۲	-۱/۹۱۳۳	۲	McCormick
$2 \times 10^{-8}$	$2/7 \times 10^{-15}$	۰	$1/0.8 \times 10^{-6}$	$2/3 \times 10^{-5}$	۰	۲	Rosenbrock
۰/۶۱۳	۰/۰۵۵	۰/۰۳۵	۱/۴۳	۴/۵۵	۰	۱۰	Rosenbrock
-۱۰/۵۳۲	-۱۰/۵۳۲	-۱۰/۵۳۲	-۶/۴۶۱۹	-۱۰/۴۳۳۹	-۱۰/۵۳۶۴	۴	Shekel
-۱/۰۳۱۶	-۱/۰۳۱۶	-۱/۰۳۱۶	-۱/۰۳۱۶	-۱/۰۳۱۶	-۱/۰۳۱۶	۲	Six-Hump Camel

غیرخطی بررسی کرد. بیشترین جریان ورودی و خروجی از این رودخانه به ترتیب ۱۱۱ و ۸۵ متر مکعب بر ثانیه بوده است. در این تحقیق نیز از این سری داده ها برای ارزیابی الگوریتم WSA در مقایسه با سایر الگوریتم ها استفاده می شود.

- رودخانه کارده: حوزه آبخیز کارده در شرق منطقه هزار مسجد-کپه داغ یکی از زیرحوضه های حوزه آبخیز اصلی کشف رود است. بالاترین نقطه ارتفاعی در شمال غرب این حوضه ۲۹۷۷ متر و پایین ترین نقطه ارتفاعی در خروجی حوضه و در پایین دست آبادی کارده ۱۲۰۰ متر بالاتر از سطح دریاست. فاصله مشهد تا آبادی کارده در جنوب حوضه ۴۷ کیلومتر است. متوسط بارندگی در بخش

### داده های مورد استفاده

برای ارزیابی الگوریتم های مورد بررسی در این تحقیق از داده های رودخانه ویلسون (به عنوان مثال استاندارد) و رودخانه کارده (به عنوان مطالعه موردی واقعی) استفاده شده است.

- رودخانه ویلسون: محققان داده هایی را که ویلسون (Wilson, 1974) گزارش داده است به عنوان یک سری داده استاندارد به طور گسترده برای ارزیابی الگوریتم های مختلف به کار گرفته اند. در این مثال، رابطه غیرخطی بین مقادیر  $S_t$  و  $[XI_t + (1-X)O_t]$  برقرار است و می توان عملکرد الگوریتم های مختلف را در به دست آوردن مقادیر بهینه پارامترهای معادله ماسکینگام

جنوبی حوضه ۳۷۴/۲ میلی‌متر و در ارتفاعات بخش شمالی ۴۵۰ میلی‌متر در سال است. داده‌های مورد بررسی در این پژوهش سیلاب دو روزه مشاهداتی در تاریخ ۱۳۷۱/۰۲/۰۷ تا ۱۳۷۱/۰۲/۰۸ به صورت ۶ ساعته است که در دو ایستگاه کوشک‌آباد (بالادست) و کارده (پایین‌دست) برداشت شده است.

### بحث و نتایج

بیشتر گفته شد که در مطالعه حاضر برای ارزیابی مقادیر بهینه پارامترهای  $X$ ،  $K$  و  $m$  در مدل ماسکینگام غیرخطی، کمینه‌سازی مجموع مربعات باقیمانده‌ها (SSQ)

بین حجم خروجی‌های واقعی و روندیابی شده به‌عنوان تابع هدف در نظر گرفته شده است. نتایج پارامترهای بهینه به‌دست آمده از الگوریتم‌های مورد بررسی برای رودخانه ولسون در جدول ۳ ارائه شده است. در این جدول مشاهده می‌شود که الگوریتم‌های WSA، PSO و ICA توانسته‌اند SSQ را به مقدار بهینه نزدیک‌تر کنند ولی الگوریتم‌های HS و GA در این خصوص ضعیف‌تر عمل کرده‌اند. تمامی الگوریتم‌های مورد بررسی در زمان مناسب همگرا شده‌اند که نشان‌دهنده سرعت بالای الگوریتم‌های فرا ابتکاری در انتخاب بهینه پارامترهای معادله ماسکینگام غیرخطی است.

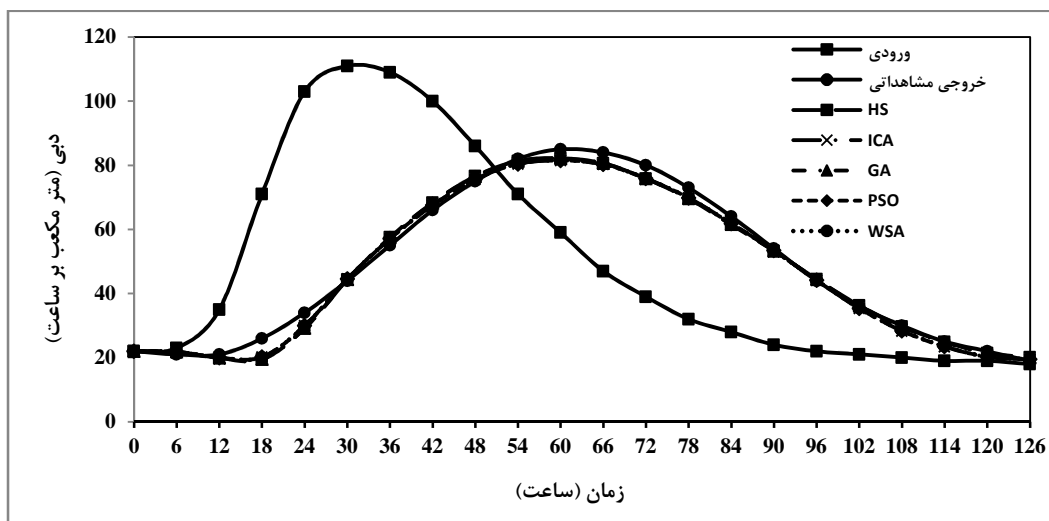
جدول ۳- مقادیر پارامترهای به‌دست آمده از الگوریتم‌های مورد بررسی برای رودخانه ولسون

الگوریتم	مدت زمان اجرا (ثانیه)	X	K	m	SSQ
WSA	۱۲/۴	۰/۳۰۱۷۲	۰/۱۷۴۰۱۷	۲/۱۴۲۶۷	۱۲۸/۸۲۸۶۷
GA	۱۷/۶۱	۰/۳۰۰۷۶	۰/۳۲۸۲۱	۱/۹۹۹۵	۱۳۸/۸۰۵
PSO	۱۵/۵۲	۰/۳۰۱۳۳	۰/۱۶۷۰۵	۲/۱۵۲۰۲۴	۱۲۸/۷۸۶۴۰۸
HS	۱۷/۶۹	۰/۳۰۰۳۶	۰/۳۵۰۴۵	۱/۹۸۴۶۹	۱۴۰/۸۵۱۱۴
ICA	۱۵/۳۹	۰/۳۰۱۳۲	۰/۱۶۴۲۵	۲/۱۵۵۸۵	۱۲۸/۷۹۲۶

شکل ۵ هیدروگراف خروجی روندیابی شده با الگوریتم‌های مختلف و هیدروگراف خروجی مشاهداتی برای رودخانه ولسون را نشان می‌دهد. انطباق بالای نتایج الگوریتم‌های WSA، PSO و ICA با دبی‌های مشاهداتی به‌وضوح دیده می‌شود. جدول ۴ مقادیر هیدروگراف خروجی روندیابی شده با استفاده از این الگوریتم‌ها را نشان می‌دهد. مقایسه مقادیر دبی خروجی مشاهداتی با دبی روندیابی شده با الگوریتم‌های مختلف ثابت می‌کند که الگوریتم WSA همانند سایر الگوریتم‌های فرا ابتکاری به‌کار رفته توانسته است به خوبی سیلاب خروجی را روندیابی کند.

جدول ۵ عملکرد الگوریتم‌های مورد بررسی در کمینه‌سازی مجموع مربعات باقیمانده‌ها (SSQ) را توسط پارامترهای آماری برای رودخانه ولسون نشان می‌دهد. همان‌طور که در این جدول نیز مشاهده می‌شود الگوریتم WSA در کمینه‌سازی مجموع مربعات باقیمانده‌ها (SSQ)، با RMSE برابر ۲/۴۱۹۸۸۶، MAE برابر ۱/۸۸۴۵۵، MSE برابر ۰/۹۹۷۳۲۸، NMSE برابر ۵/۸۵۵۸۴۹، SSQ برابر ۱۲۸/۸۲۸۶۷ و  $R^2$  برابر ۰/۹۹۲۶۱، همانند الگوریتم‌های PSO و ICA، عملکرد بهتری نسبت به الگوریتم‌های HS و GA داشته است.

تخمین پارامترهای معادله ماسکینگام غیرخطی...



شکل ۵- هیدروگراف خروجی روندیابی شده با الگوریتم‌های مورد بررسی برای رودخانه ویلسون

جدول ۴- مقادیر هیدروگراف خروجی روندیابی شده توسط الگوریتم‌های مورد بررسی برای رودخانه ویلسون

دبی خروجی روندیابی شده (مترمکعب بر ثانیه)					دبی خروجی مشاهداتی	دبی ورودی	مدت زمان
ICA	HS	PSO	GA	WSA	(مترمکعب بر ثانیه)	(مترمکعب بر ثانیه)	(ساعت)
۲۲	۲۲	۲۲	۲۲	۲۲	۲۲	۲۲	۰
۲۱/۷۸۴۳	۲۱/۷۸۵۳	۲۱/۷۸۴۳	۲۱/۷۸۴۹	۲۱/۷۸۳۹	۲۱	۲۳	۶
۲۰/۰۰۶	۱۹/۹۱۰۸	۲۰/۰۰۳۴	۱۹/۹۱۴۵	۱۹/۹۹۳۰	۲۱	۳۵	۱۲
۲۰/۱۹۵۵	۱۹/۴۳۵۶	۲۰/۱۷۷۱	۱۹/۴۸۶۴	۲۰/۱۲۲۴	۲۶	۷۱	۱۸
۲۹/۹۷۵۸	۲۹/۰۹۷۴	۲۹/۹۵۵۳	۲۹/۱۵۵۲	۲۹/۸۹۵۸	۳۴	۱۰۳	۲۴
۴۴/۵۶۶۶	۴۴/۳۲۱۹	۴۴/۵۶۰۵	۴۴/۳۲۵۸	۴۴/۵۴۳۷	۴۴	۱۱۱	۳۰
۵۷/۱۰۴۲	۵۷/۴۹۸۵	۵۷/۱۱۲۲	۵۷/۴۴۹۰	۵۷/۱۳۸	۵۵	۱۰۹	۳۶
۶۷/۵۱۵۳	۶۸/۳۴۸	۶۷/۵۳۳۲	۶۸/۲۶۴۷	۶۷/۵۹۱	۶۶	۱۰۰	۴۲
۷۵/۵۷۶۶	۷۶/۵۸۹۹	۷۵/۵۹۹۰	۷۶/۴۹۶۸	۷۵/۶۷۴۲	۷۵	۸۶	۴۸
۸۰/۴۲۴۲	۸۱/۳۶۱۴	۸۰/۴۴۵۴	۸۱/۲۸۱۱	۸۰/۵۲۱۷	۸۲	۷۱	۵۴
۸۱/۵۰۴۸	۸۲/۱۷۸۳	۸۱/۵۲۰۷	۸۲/۱۲۵۶	۸۱/۵۸۳۵	۸۵	۵۹	۶۰
۸۰/۲۸۵۴	۸۰/۶۱۶۷	۸۰/۲۹۴۰	۸۰/۵۹۷۳	۸۰/۳۳۶۴	۸۴	۴۷	۶۶
۷۵/۸۷۱۹	۷۵/۸۵۵۸	۷۵/۸۷۲۹	۷۵/۸۶۷۵	۷۵/۸۸۹۷	۸۰	۳۹	۷۲
۶۹/۸۱۷۹	۶۹/۵۵۸۲	۶۹/۸۱۳۳	۶۹/۵۹۰۲	۶۹/۸۰۷۷	۷۳	۳۲	۷۸
۶۱/۸۱۱۸	۶۱/۴۸۹۳	۶۱/۸۰۵۲	۶۱/۵۲۴	۶۱/۷۸۴۳	۶۴	۲۸	۸۴
۵۳/۴۱۸۱	۵۳/۲۶۷۸	۵۳/۴۱۴۹	۵۳/۲۸۵۱	۵۳/۳۹۲۱	۵۴	۲۴	۹۰
۴۴/۱۴۰۷	۴۴/۴۳۳۴	۴۴/۱۴۷۳	۴۴/۴۱۰۷	۴۴/۱۳۸۵	۴۴	۲۲	۹۶
۳۵/۳۴۱۲	۳۶/۲۴۵۶	۳۵/۳۶۲۱	۳۶/۱۷۰۸	۳۵/۳۸۲	۳۶	۲۱	۱۰۲
۲۸/۳۱۵۴	۲۹/۷۰۵۲	۲۸/۳۴۷۷	۲۹/۵۸۹۴	۲۸/۳۹۶۸	۳۰	۲۰	۱۰۸
۲۳/۴۱۷۱	۲۴/۸۹۸۳	۲۳/۴۵۰۱	۲۴/۷۷۰۶	۲۳/۵۱	۲۵	۱۹	۱۱۴
۲۰/۲۳۹۲	۲۱/۴۱۸۴	۲۰/۲۶۳۰	۲۱/۳۰۸۴	۲۰/۳۱۰۳	۲۲	۱۹	۱۲۰
۱۹/۴۸۶۴	۲۰/۰۸۳۷	۱۹/۴۹۵۹	۲۰/۰۱۸۹	۱۹/۵۱۶۴	۱۹	۱۸	۱۲۶

جدول ۵- پارامترهای آماری مورد بررسی برای رودخانه ولسون

الگوریتم	R <sup>2</sup>	RMSE	MAE	d	MSE	NMSE	SSQ
WSA	۰/۹۹۲۶۱	۲/۴۱۹۸۸۶	۱/۸۸۴۵۵	۰/۹۹۷۳۲۸	۵/۸۵۵۸۴۹	۰/۰۱۰۵۴	۱۲۸/۸۲۸۶۷
GA	۰/۹۹۰۵۸۳	۲/۵۱۱۸۳۶	۱/۸۳۷۵۵۴	۰/۹۹۷۱۲۳	۶/۳۰۹۳۲۱	۰/۰۱۱۳۵۷	۱۳۸/۸۰۵۰۵۶
PSO	۰/۹۹۲۶۹۴	۲/۴۱۹۴۸۹	۱/۸۸۶۶۹۷	۰/۹۹۷۳۲۷	۵/۸۵۳۹۲۸	۰/۰۱۰۵۳۷	۱۲۸/۷۸۶۴۰۸
HS	۰/۹۹۰۰۳	۲/۵۳۰۲۸۲	۱/۸۴۱۵۰۷	۰/۹۹۷۰۸۱	۶/۴۰۲۳۲۵	۰/۰۱۱۵۲۴	۱۴۰/۸۵۱۱۴۳
ICA	۰/۹۹۲۷۳	۲/۴۱۹۵۴۷	۱/۸۸۸۶۲۸	۰/۹۹۷۳۲۷	۵/۸۵۴۲۰۹	۰/۰۱۰۵۳۷	۱۲۸/۷۹۲۶

می‌دهد. مشاهده می‌شود که در روندیابی سیلاب خروجی، توانایی‌های الگوریتم‌های فرا ابتکاری به کار رفته تقریباً برابر بوده‌اند. مقادیر هیدروگراف خروجی روندیابی شده رودخانه کارده با استفاده از الگوریتم‌های مختلف در جدول ۷ ارائه شده است.

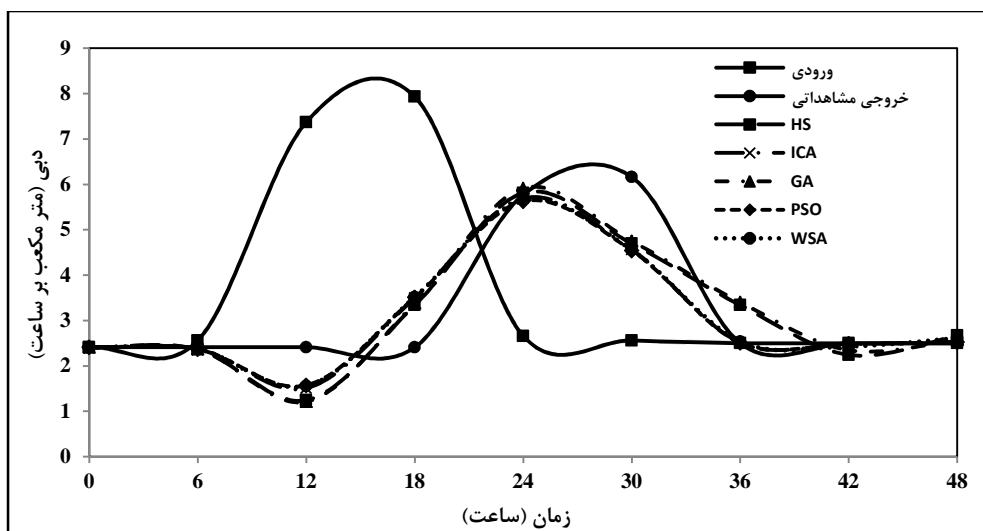
در جدول ۸ عملکرد الگوریتم‌های مورد بررسی در کمینه‌سازی مجموع مربعات باقیمانده‌ها (SSQ) برای رودخانه کارده محاسبه شده است. مقایسه پارامترهای آماری مختلف نشان می‌دهد که الگوریتم WSA در کمینه‌سازی مجموع مربعات باقیمانده‌ها (SSQ)، با RMSE برابر ۰/۷۱۲۳۵۸، MAE برابر ۰/۴۳۸۲۳۳، d برابر ۰/۹۲۶۱۸۳، MSE برابر ۰/۵۰۷۴۵۴، NMSE برابر ۰/۷۷۸۴۲۵، SSQ برابر ۴/۵۶۷۰۸ و R<sup>2</sup> برابر ۰/۲۳۶۳۳ در تطابق با الگوریتم‌های PSO و ICA عملکرد بهتری نسبت به الگوریتم‌های GA و HS داشته است.

در این قسمت، نتایج پارامترهای بهینه به دست آمده از الگوریتم‌های مورد بررسی برای رودخانه کارده ارائه می‌شود. در جدول ۶ با مقایسه حداقل مربعات خطای تولید شده با الگوریتم‌های مختلف مشخص می‌گردد که الگوریتم‌های WSA، PSO و ICA توانسته‌اند SSQ را به مقدار بهینه نزدیکتر کنند و از این نظر برتری مشهودی را در مقایسه با الگوریتم‌های GA و HS از خود نشان دهند. در روندیابی سیلاب رودخانه کارده نیز تمامی الگوریتم‌های مورد بررسی در زمان مناسب همگرا شده‌اند که در این بین، الگوریتم WSA با زمان اجرای ۱۱/۰۷ ثانیه بیشترین سرعت را در حل مسئله انتخاب بهینه پارامترهای معادله ماسکینگام غیرخطی دارا بوده است.

شکل ۶ هیدروگراف ورودی و هیدروگراف خروجی مشاهداتی را در مقایسه با هیدروگراف خروجی روندیابی شده با الگوریتم‌های مختلف برای رودخانه کارده نشان

جدول ۶- مقادیر پارامترهای به دست آمده از الگوریتم‌های مورد بررسی برای رودخانه کارده

الگوریتم	مدت زمان اجرا (ثانیه)	X	K	m	SSQ
WSA	۱۱/۰۷	۰/۳۴۵۶۲	۰/۰۲۳۵۶۲	۴/۷۱۶۹۰۶	۴/۵۶۷۰۸
GA	۱۶/۴۸	۰/۳۷۳۵۷	۰/۱۷۷۲۴۷	۳/۵۴۲۱۸	۵/۲۳۵۳۴
PSO	۱۱/۶۵	۰/۳۴۴۳۱۴	۰/۰۲۱۴۱۸	۴/۷۸۱۴۴	۴/۵۵۲۸۱۳
HS	۱۵/۴۲	۰/۳۷۱۳۵۴	۰/۱۲۶۲۶۱	۳/۷۵۶۵۹۷	۵/۱۶۷۹۸۳
ICA	۱۴/۵۶	۰/۳۵۲۸۱	۰/۰۲۶۵۷۷	۴/۶۴۰۹۳۵	۴/۴۶۲۲۱



شکل ۶- هیدروگراف خروجی روندیابی شده با الگوریتم‌های مورد بررسی برای رودخانه کارده

جدول ۷- مقادیر هیدروگراف خروجی روندیابی شده با الگوریتم‌های مورد بررسی برای رودخانه کارده

دبی خروجی روندیابی شده (مترمکعب بر ثانیه)					دبی خروجی مشاهداتی	دبی ورودی	مدت زمان
ICA	HS	PSO	GA	WSA	(مترمکعب بر ثانیه)	(مترمکعب بر ثانیه)	(ساعت)
۲/۴۱	۲/۴۱	۲/۴۱	۲/۴۱	۲/۴۱	۲/۴۱	۲/۴۱	۰
۲/۳۶۹۱۱	۲/۳۶۵۶۹	۲/۳۷۰۶۲	۲/۳۶۵۲۷	۲/۳۷۰۳۹	۲/۴۱	۲/۵۶	۶
۱/۵۰۹۲۵	۱/۲۴۶۴۵	۱/۵۶۹۷۶	۱/۲۱۲۴۹	۱/۵۵۵۹۴	۲/۴۱	۷/۳۷	۱۲
۳/۴۹۷۹	۳/۳۴۱۱	۳/۵۰۷۱۱	۳/۳۸۱۴۶	۳/۵۱۷۸۹	۲/۴۱	۷/۹۳	۱۸
۵/۶۹۵۸۷	۵/۸۱۰۸۵	۵/۶۲۴۶۱	۵/۹۱۳۰۱	۵/۶۵۳۷۹	۵/۷۷	۲/۶۶	۲۴
۴/۵۶۰۳۸	۴/۶۹۵۵۴	۴/۵۴۱۳۹	۴/۷۴۸۴۵	۴/۵۵۵۱	۶/۱۶	۲/۵۶	۳۰
۲/۵۱۰۹۱	۲/۳۳۸۶۹	۲/۵۰۶۲۱	۲/۴۰۱۱۳	۲/۵۳۸۴۸	۲/۵	۲/۵	۳۶
۲/۴۸۱۶۳	۲/۲۴۱۵۳	۲/۴۸۸۸۲	۲/۳۴۴۷۷	۲/۴۳۱۶۱	۲/۵	۲/۵	۴۲
۲/۵۳۰۴۶	۲/۶۶۹۶۳	۲/۵۱۹۹۳	۲/۵۸۰۷۵	۲/۶۱۴۴۹	۲/۵	۲/۵	۴۸

جدول ۸- پارامترهای آماری مورد بررسی برای رودخانه کارده

SSQ	NMSE	MSE	d	MAE	RMSE	R <sup>2</sup>	الگوریتم
۴/۵۶۷۰۸	۰/۲۳۶۳۳	۰/۵۰۷۴۵۴	۰/۹۲۶۱۸۳	۰/۴۳۸۲۳۳	۰/۷۱۲۳۵۸	۰/۷۷۸۴۲۵	WSA
۵/۲۳۵۳۳۹	۰/۲۷۰۹۱۳	۰/۵۸۱۷۰۴	۰/۹۲۱۷۶۱	۰/۵۴۵۰۴	۰/۷۶۲۶۹۵	۰/۷۳۵۳۶۴	GA
۴/۵۵۲۸۱۳	۰/۲۳۵۵۹۴	۰/۵۰۵۸۶۸	۰/۹۲۶۰۳۹	۰/۴۱۹۷۸۵	۰/۷۱۱۲۴۴	۰/۷۸۱۹۳۹	PSO
۵/۱۶۷۹۸۳	۰/۲۶۷۴۲۸	۰/۵۷۴۲۲	۰/۹۲۰۶۳۸	۰/۵۴۵۶۶۹	۰/۷۵۷۷۷۳	۰/۷۳۸۸۲۳	HS
۴/۵۶۲۲۱	۰/۲۳۶۰۸۱	۰/۵۰۶۹۱۲	۰/۹۲۷۲۲۹	۰/۴۱۸۱۱۴	۰/۷۱۱۹۷۸	۰/۷۷۸۸۰۳	ICA

### نتیجه‌گیری

طولانی همراه است. در طول دو دهه گذشته از روش‌های متفاوتی برای تخمین این پارامترها استفاده شده است. روش‌های فرا ابتکاری از راه‌حلهایی بوده‌اند که

تخمین پارامترهای مدل ماسکینگام غیرخطی با استفاده از روش سعی و خطا کاری دشوار و با محاسبات

توانسته‌اند در تخمین این پارامترها موفق عمل کنند. در مطالعه حاضر الگوریتم نوین جستجوی گرگ (WSA) در تخمین پارامترهای مدل ماسکینگام غیرخطی به کار گرفته شد. از سری داده‌های مشاهداتی دو مطالعه موردی شامل رودخانه ویلسون و رودخانه کارده استفاده شد. برای بررسی عملکرد الگوریتم WSA، نتایج حاصل از اجرای آن با الگوریتم‌های فرا ابتکاری دیگر نظیر GA، PSO، HS و ICA مقایسه شدند. برای ارزیابی الگوریتم‌های مورد نظر، از شاخص‌های آماری ضریب تبیین ( $R^2$ )، جذر میانگین مربعات خطا (RMSE)، میانگین قدر مطلق خطا (MAE)، مربع میانگین خطای استاندارد (MSE)، مربع میانگین خطای استاندارد نرمال شده (NMSE) و شاخص توافق ویلموت (d) استفاده شد. الگوریتم WSA در کمینه‌سازی مجموع مربعات باقیمانده‌ها (SSQ) با

RMSE برابر  $۲/۴۱۹۸۸۶$ ، MAE برابر  $۱/۸۸۴۵۵$ ، d برابر  $۰/۹۹۷۳۲۸$ ، MSE برابر  $۵/۸۵۵۸۴۹$ ، NMSE برابر  $۰/۹۹۲۶۱$ ،  $R^2$  برابر  $۱۲۸/۸۲۸۶۷$  و SSQ برابر  $۰/۱۰۵۴$  برای رودخانه ویلسون همانند الگوریتم‌های PSO و ICA عملکرد بهتری نسبت به الگوریتم‌های GA و HS از خود نشان داد. همچنین، پارامترهای آماری به دست آمده برای رودخانه کارده با الگوریتم WSA با RMSE برابر  $۰/۷۱۲۳۵۸$ ، MAE برابر  $۰/۴۳۸۲۳۳$ ، d برابر  $۰/۹۲۶۱۸۳$ ، MSE برابر  $۰/۵۰۷۴۵۴$ ، NMSE برابر  $۰/۲۳۶۳۳$ ، SSQ برابر  $۴/۵۶۷۰۸$  و  $R^2$  برابر  $۰/۷۷۸۴۲۵$  بوده است که حاکی از عملکرد مناسب الگوریتم جستجو گرگ در برآورد مقادیر بهینه پارامترهای مدل ماسکینگام غیرخطی برای روندیابی سیلاب در این مطالعه موردی نیز هست.

## مراجع

- Atashpaz-Gargari, C. L. and Lucas, C. 2007. Imperialist competitive algorithm: an algorithm for optimization inspired by imperialistic competition. IEEE Congress on Evolutionary Computation. Sep. 25-27. Singapore.
- Barati, R., Akbari, Gh. and Arami, M. 2010. New algorithm for estimating the non-linear Muskingum relation. 9<sup>th</sup> Conference of Hydraulic. Nov. 8-10. Tehran. Iran. (in Persian)
- Chaudhury, P., Shrivastava, R. and Narulkar, S. 2002. Flood routing in river networks using equivalent Muskingum inflow. J. Hydrol. Eng. 7, 413-419.
- Chen, J. and Yang, X. 2007. Optimal parameter estimation for Muskingum model based on gray encoded accelerating genetic algorithm. Commun. Nonlinear Sci. Numer. Simul. 12(5): 849-858.
- Chow, V. T. 1973. Open Channel Hydraulic. 3<sup>rd</sup> Ed. McGraw Hill Book Company. New York. Inc.
- Chu, H. J. and Chang, L. C. 2009. Applying particle swarm optimization to parameter estimation of the nonlinear Muskingum model. J. Hydrol. Eng. 14, 1024-1027.
- Das, A. 2004. Parameter estimation for Muskingum models. J. Irrig. Drain. Eng. 2, 140-147.
- Geem, Z. W. 2000. Optimal design of water distribution networks using harmony search. Ph. D Thesis. Department of Civil and Environmental Engineering. Korea University.
- Gill, M. A. 1978. Flood routing by Muskingum method. J. Hydrol. 36, 353-363.
- Hamedi, F., Bozorg Haddad, O. and Vatankhah, A. 2012. Improving the non-linear Muskingum model using a novel hybrid storage model. 5<sup>th</sup> Conference of Water Resources Management. Feb. 17-18. Tehran. Iran. (in Persian)
- Holland, J. 1975. Adaptation in Natural and Artificial System. University of Michigan Press.



- Karahan, H., Gurarslan, G. and Geem, Z. W. 2013. Parameter estimation of the nonlinear Muskingum flood-routing model using a hybrid harmony search algorithm. *J. Hydrol. Eng.* 18, 352-360.
- Kennedy, J. and Eberhart, R. 1995. Particle swarm optimization. *Proceedings of IEEE International Conference on Neural Network*. Perth. Australia.
- Kim, J. H., Geem, Z. W. and Kim, E. S. 2001. Parameter estimation of the nonlinear Muskingum model using harmony search. *J. Am. Water Resour. As.* 37, 1131-1138.
- McCarthy, G. T. 1938. The unit hydrograph and flood routing. *Proceeding of Conference of North Atlantic Division*. U. S. Army Corps of Engineers. Washington, DC.
- Mohammadi-Ghaleni, M., Bozorg-Haddad, O. and Ebrahimi, K. 2010. Optimizing the non-linear Muskingum parameters by SA algorithm. *J. Soil Water.* 24(5): 908-919. (in Persian)
- Mohan, S. 1997. Parameter estimation of nonlinear Muskingum models using genetic algorithm. *J. Hydraul. Eng.* 123, 137-142.
- Samani, H. M. V. and Shamsipour, G. A. 2004. Hydrologic flood routing in branched river systems via nonlinear optimization. *J. Hydraul. Res.* 42(1): 55-59.
- Shah-Hosseini, Sh., Moosavi, H. M. and Mollajafari, M. 2011. *Meta-Heuristic Algorithms: Theory and Implementation in Matlab*. Iran University of Science and Technology Pub. (in Persian)
- Singh, V. P. and Scarlatos, P. D. 1987. Analysis of nonlinear Muskingum flood routing. *J. Hydrol. Eng.* 113, 61-79.
- Tang, R., Fong, S., Yang, X. S. and Deb, S. 2012. Integrating nature-inspired optimization algorithm to K-means clustering. *Proceeding of 7<sup>th</sup> International Conference of Digital Information Management (ICDIM)*. Macau. China.
- Tung, Y. K. 1985. River flood routing by nonlinear Muskingum method. *J. Hydrol. Eng.* 111, 1447-1460.
- Wilson, E. M. 1974. *Engineering Hydrology*. 2<sup>nd</sup> Ed. MacMillan Pub. United Kingdom.



## **Parameters Estimation of the Nonlinear Muskingum Flood-Routing Model Using Wolf Search Algorithm (WSA) (Case Study: Kardeh River)**

**S. Akbarifard\*, M. R. Madadi and M. Aliannejad**

\* Corresponding Author: M. Sc. of Water Resources Engineering, Department of Water Engineering, Shahid Bahonar University of Kerman, Kerman, Iran. Email: Akbarifard\_saeid@yahoo.com

Received: 8 June 2016, Accepted: 6 November 2016

Flood routing is one of the most complex problems that is encountered in open channel hydraulics and river engineering. Among the different flood routing methods, the Muskingum model, as the most applied hydrologic method of flood routing, has been widely used with high accuracy in river flood studies. The parameters estimation of the nonlinear Muskingum flood-routing model has been considered by different researchers. In this paper, the wolf search algorithm (WSA) was used to this for assessing the optimum values of Muskingum parameters, the objective function was defined as the minimizing of the sum of square residuals between the observed and routed outflows. To investigate the suitability of research findings, the results of the WSA were compared with other heuristic algorithms including genetic algorithm (GA), particle swarm optimization (PSO), harmony search (HS), and imperialist competitive algorithm (ICA). Six benchmark functions with different dimensions were used to evaluate the capability of algorithms. The results showed that the WSA is capable of providing satisfactory estimates of nonlinear Muskingum parameters. The obtained values of  $R^2$  and RMSE were 0.99261 and 2.419886 for Kardeh river and 0.778425 and 0.712358 for Wilson river, respectively.

**Keywords:** Flood Routing, Hydrologic Model, Optimization, Wolf Search Algorithm