

تخمین تنش برشی مرزی در کانال‌های مستطیلی صاف با در نظر گرفتن اثر گرادیان سرعت

پوریا بیگی^۱ و بابک لشکرآرا^{۲*}

۱ و ۲- به ترتیب دانشجوی کارشناسی ارشد؛ و استادیار دانشکده مهندسی عمران دانشگاه صنعتی جندی‌شاپور دزفول خوزستان، ایران
تاریخ دریافت: ۹۶/۱۱/۱۱؛ تاریخ پذیرش: ۹۷/۲/۹

چکیده

تخمین مقاومت هیدروویکی جریان در کانال‌های روباز به واسطه وجود جریان‌های ثانویه و لزجت گردابی همواره با چالش جدی مواجه بوده است. به واسطه وجود اثر جدارها بر موقعیت سرعت حداکثر، تعیین سهم لوله‌های جریان در بستر و جداره با خطا مواجه است. برای این منظور در این تحقیق ابتدا با استفاده از روش ترسیم تطابقی و رسم خطوط هارمونیک جریان و پتانسیل، سهم لوله‌های جریان در بستر و جداره تخمین زده شده؛ پس از آن، با حذف اثر عوامل ایجادکننده گرادیان سرعت در نتایج ساده شده حل توام معادلات پیوستگی و ممتهم، مقادیر تنش برشی حاصل از وزن لوله‌های جریان در بستر و جداره‌ها محاسبه گردید. از مقایسه نتایج حاصل از روش ترسیم تطابقی با نتایج آزمایشگاهی اندازه‌گیری مستقیم تنش برشی، میزان اندرکنش گرادیان سرعت بر نتایج تنش برشی به روش ترسیم تطابقی تعیین گردید. بررسی‌ها نشان می‌دهد که با افزایش نسبت ظاهری، اثر گرادیان سرعت کاهش می‌یابد، به گونه‌ای که با افزایش نسبت ظاهری از ۱ به ۲۰، میزان اثر گرادیان سرعت بر تخمین تنش برشی بستر به ترتیب از ۷ به ۱ درصد و در جداره از ۱۵ به ۳ درصد کاهش می‌یابد. سرانجام با ارائه روابطی مقادیر تدقیق شده تنش برشی در بستر و جداره معرفی شده‌اند.

واژه‌های کلیدی

پدیده دیپ، جریان ثانویه، جریان کانال باز

مقدمه

توزیع تنش به عواملی مانند شکل سطح مقطع، ساختار جریان‌های ثانویه و فقدان یکنواختی در زبری کانال بستگی دارد (Guo & Julien, 2005). توزیع تنش برشی در محاسبه افت انرژی، حمل رسوب و تخمین میزان فرسایش با اهمیت است. برای تخمین میزان تغییرات در وضعیت مورفولوژی رودخانه و همچنین در طرح‌های حفاظت از دیواره‌های ساحلی و سیل بندها، آگاهی از نحوه توزیع تنش برشی روی محیط مرطوب رودخانه از اهمیت ویژه‌ای برخوردار است. از این‌رو تحقیق حاضر به منظور بررسی آزمایشگاهی و تعیین میزان سهم هر یک

تعیین میزان مقاومت جریان در بستر و جداره‌های مجاری روباز یکی از مهمترین مسائل هیدرولیک جریان است. ساختار جریان در مجاری روباز مستقیماً تحت تأثیر نحوه توزیع تنش برشی در محیط مرطوب قرار دارد. تعادل جریان‌های یکنواخت به واسطه وجود تنش برشی روی محیط مرطوب کانال و در راستای مسیر حرکت جریان است. از طرفی، غیر یکنواختی توزیع این تنش روی بستر و جداره مجاری روباز را محققان دیگر به اثبات رسانده‌اند (Khodashenas *et al.*, 2008). نحوه

(Chiu & Tung, 2002)، سکین و همکاران (Seckin *et al.*, 2006)، لشکرآرا و همکاران (Lashkar-Ara *et al.*, 2010) و برخی محققان دیگر گزارش شده است. در سوابق مستند علمی گزارش شده، جای خالی روابط تعیین سهم تنش برشی بستر و جداره با اعمال اثر گرادیان سرعت و جریان‌های ثانویه با مقطع مستطیلی احساس می‌شود. تلفیق استفاده از روش نگاشت همدیس با حفظ اثر جریان‌های ثانویه در تخمین تنش برشی در مجاری منشوری مستطیلی و معرفی روابط تخمین تنش برشی بستر و جداره از نوآوری‌های این تحقیق به‌شمار می‌رود.

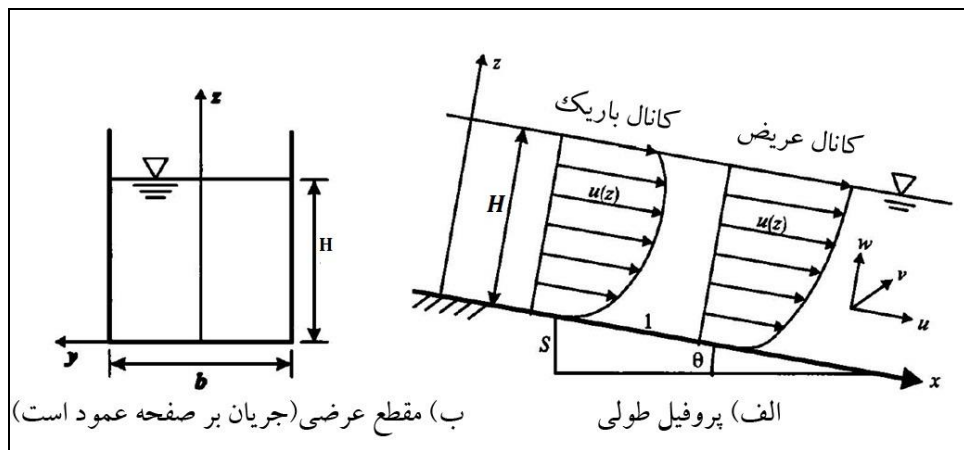
مواد و روش‌ها

در تحقیق حاضر با تکیه بر تئوری ارائه شده توسط اینشتین (Einstein, 1942)، سهم لوله جریان عبوری در مجرا تفکیک شده است. پس از آن، با توجه به مطالعات یانگ و لیم (Yang & Lim, 1998) و اصلاح موقعیت سرعت حداکثر از یک‌سو و بهره‌گیری از تئوری نگاشت همدیس، خطوط مرزی تیوپ جریان عبوری روی بستر و جداره‌ها رسم شد. سپس با استفاده از رابطه پیوستگی و مومنوم در شرایط جریان یکنواخت و با فرض سیال ایده‌آل، توابع بدون بعد تنش برشی بستر و جداره استخراج گردید. برای این منظور، جریان یکنواخت ماندگار در کانال روباز مستطیلی، مطابق شکل ۱-۱ الف، در نظر گرفته می‌شود. جهت جریان در راستای محور x فرض شده و مقطع عرضی در راستای صفحه $y-z$ در شکل ۱-۱ ب نشان داده شده است. مولفه اصلی سرعت جریان در راستای محور x با u و دو مؤلفه دیگر در صفحه $y-z$ به ترتیب با v و w نمایش داده می‌شود. روابط پیوستگی و مومنوم در راستای جریان x به صورت شکل ۱ خواهند بود.

از تنش‌های برشی کف و جداره در یک مجرای مستطیلی با بستر صاف با روش مستقیم و مقایسه نتایج به‌دست آمده با روش غیرمستقیم و تئوریک ارائه شده است.

زرزاتی و همکاران (Zarrati *et al.*, 2008) با ساده کردن رابطه دیفرانسیلی چرخشی، رابطه تنش برشی در کانال‌های مستطیلی و دوزنقه‌ای معمولی و همچنین کانال‌های مستطیلی و دوزنقه‌ای دارای پهنه سیلاب‌گیر را نتیجه‌گیری کردند. برلامونت و همکاران (Berlamont *et al.*, 2003) تنش برشی را در مجراهای لوله‌ای نیمه‌پر با لحاظ کردن رسوب بستر ارزیابی کردند؛ تحقیقات آنها نشان می‌دهد عاملی غیر از نسبت عمق آب به قطر لوله بر تنش برشی مؤثر است که بستگی به بودن یا نبودن رسوب است. یانگ و همکاران (Yang *et al.*, 2004) می‌گویند در بخش خارجی کانال‌های باریک مستطیل رابطه لگاریتمی سرعت به صورت خطی با مقدار $\ln(1 - \frac{y}{H})$ فاصله از سطح متناسب است. بخش خارجی کانال مکانی است که تنش برشی جداره اثر مستقیمی بر آن ندارد.

پژوهش‌های نایت و همکاران (Knight *et al.*, 2007) نشان می‌دهد که در کانال‌های دوزنقه‌ای تعداد سلول‌های تشکیل شده ناشی از جریان‌های ثانویه به نسبت $\frac{2b}{H}$ سیال در کانال بستگی دارد، به این ترتیب که برای $\frac{2b}{H} \leq 2.2$ تعداد سه سلول جریان ثانویه وجود دارد که دو تا از آنها روی شیب جداره شکل می‌گیرد و دیگری روی بستر تشکیل می‌شود. و برای $\frac{2b}{H} \geq 4.4$ چهار سلول جریان ثانویه وجود دارد که دو تا از آنها روی شیب جداره شکل می‌گیرد و دو تا دیگری روی بستر تشکیل می‌شود. از سال ۲۰۰۰ به بعد مطالعات تجربی متعددی توسط جو و جولین (Guo & Julien, 2002)، نایت و استرلینگ (Jin *et al.*, 2000)، جین و همکاران (Knight & Sterling, 2000)



شکل ۱- سیستم مختصات در جریان کانال روباز (Guo & Julien, 2005)

که در آن،

$$\frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \quad (1)$$

$V =$ حجم دلخواهی که دارای سطح A است.

با به‌کارگیری قضیه گوس برای سمت چپ رابطه و

دومین انتگرال سمت راست رابطه ۴ نتیجه می‌دهد:

$$\rho \left(v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z} \right) = \rho g S + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z} \quad (2)$$

که در آن،

$$\int_A \rho u \left(v \frac{\partial y}{\partial \eta} + w \frac{\partial z}{\partial \eta} \right) dA = \rho g V S \quad (5)$$

$$+ \int_A \left(\tau_{yx} \frac{\partial y}{\partial \eta} + \tau_{zx} \frac{\partial z}{\partial \eta} \right) dA$$

$\rho =$ جرم مخصوص آب؛ $g =$ شتاب ثقل؛ $S =$ شیب کانال؛ و τ_{yx} و $\tau_{zx} =$ به‌ترتیب تنش‌های برشی در راستای محور x در صفحات $Z-X$ و $Y-X$.

که در آن،

$\partial y / \partial \eta =$ کسینوس زاویه بین محور y و بردار نرمال n خروجی از حجم کنترل و به‌طور مشابه $\partial z / \partial \eta$ کسینوس زاویه بین محور z و بردار نرمال n است.

سمت چپ رابطه ۵ میزان نرخ ممنتوم خروجی از سطح

کنترل A را نشان می‌دهد. اولین ترم سمت راست، مؤلفه

وزن حجم کنترل و دومین ترم سمت راست نشان‌دهنده

نیروی برشی سطح کنترل A می‌باشد. حجم کنترل

BCIGB در راستای محور x به طول واحد در شکل ۲ در

نظر گرفته می‌شود. حدود BG و CI در راستای محور z

دارای تقارن هستند.

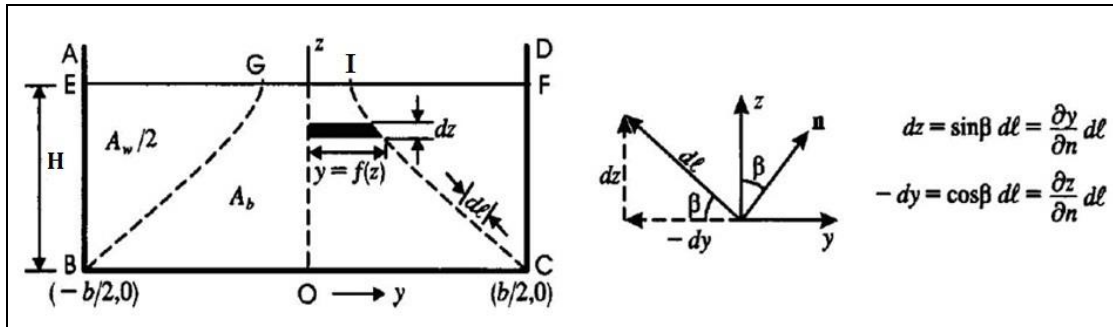
رابطه ۲ را می‌توان به‌صورت زیر (رابطه ۳) نوشت:

$$\frac{\partial(\rho uv)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho uw)}{\partial z} = \rho g S + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z} \quad (3)$$

رابطه انتگرال حجمی متناظر با رابطه ۳ را می‌توان

به‌صورت رابطه ۴ نوشت:

$$\int_V \left[\frac{\partial(\rho uv)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho uw)}{\partial z} \right] dV = \int_V \rho g S dV + \int_V \left(\frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z} \right) dV \quad (4)$$



شکل ۲- مشخصات مقطع عرضی کانال و بردارهای جهت (Guo & Julien, 2005)

شار ممتم معرفی شده در رابطه ۵ را می‌توان به صورت رابطه ۶ تفکیک کرد:

$$\int_A \rho u \left(v \frac{\partial y}{\partial \eta} + w \frac{\partial z}{\partial \eta} \right) dA = 2 \int_{CI} \rho u (v dz - w dy) \quad (10)$$

ترم ثقل در رابطه ۵ به صورت زیر است:

$$\rho g S V = \rho g S A_b \quad (11)$$

که در آن $V = A_b \times 1 = A_b$ سطح جریان متناظر با بستر کانال است. ترم نیروی برشی در رابطه ۴ به صورت زیر است:

$$\int_A \left(\tau_{yx} \frac{\partial y}{\partial \eta} + \tau_{zx} \frac{\partial z}{\partial \eta} \right) dA = \int_{BC} + \int_{CI} + \int_{IG} + \int_{GB} \quad (12)$$

که در آن

$$\int_{BC} = \int_{BC} \left(\tau_{yx} \frac{\partial y}{\partial \eta} + \tau_{zx} \frac{\partial z}{\partial \eta} \right) dA = -\bar{\tau}_b b \quad (13)$$

با توجه به اینکه $\partial y / \partial \eta = 0$ ، $\partial z / \partial \eta = -1$ و

$$\int_{GB} = \int_{CI} = \int_{CI} \left(\tau_{yx} \frac{\partial y}{\partial \eta} + \tau_{zx} \frac{\partial z}{\partial \eta} \right) dA = \int_{CI} \left(\tau_{yx} \frac{\partial y}{\partial \eta} + \tau_{zx} \frac{\partial z}{\partial \eta} \right) dl = \int_{CI} (\tau_{yx} dz - \tau_{zx} dy) \quad (14)$$

$\tau_{zx} = \bar{\tau}_b$ است و متوسط تنش برشی بستر و سطح بستر کانال معادل $A = b \times 1 = b$ است. باید توجه داشت که τ_{zx} در راستای مخالف صفحه $y-x$ دارای مقداری مثبت است.

شار ممتم معرفی شده در رابطه ۵ را می‌توان به صورت رابطه ۶ تفکیک کرد:

$$\int_A \rho u \left(v \frac{\partial y}{\partial \eta} + w \frac{\partial z}{\partial \eta} \right) dA = \int_{BC} + \int_{CI} + \int_{IG} + \int_{GB} \quad (6)$$

که در آن،

$$\int_{BC} = \int_{BC} \rho u \left(v \frac{\partial y}{\partial \eta} + w \frac{\partial z}{\partial \eta} \right) dA = 0 \quad (7)$$

چون در بستر کانال (در شرایط غیر لغزش) $v=w=0$ و $\partial y / \partial \eta = 0$ و $\partial z / \partial \eta = -1$ است خواهیم داشت:

$$\int_{GB} = \int_{CI} \rho u \left(v \frac{\partial y}{\partial \eta} + w \frac{\partial z}{\partial \eta} \right) dA = \int_{CI} \rho u \left(v \frac{\partial y}{\partial \eta} + w \frac{\partial z}{\partial \eta} \right) dl = \int_{CI} \rho u (v dz - w dy) \quad (8)$$

با توجه به اینکه $dz = n \cdot dl$ ، $-dy = \partial z / \partial n \cdot dl$ که در آن $dA = dl \times 1 = dl$ محدوده طول CI نشان داده شده با توجه به شکل ۲، عدد ۱ در $dA = dl \times 1 = dl$ به معنای طول واحد در راستای محور x است، و برای انتگرال گیری روی منحنی GB از شرایط تقارن استفاده شده است.

$$\int_{IG} = \int_{IG} \rho u \left(v \frac{\partial y}{\partial \eta} + w \frac{\partial z}{\partial \eta} \right) dA = 0 \quad (9)$$

از آنجاکه در سطح آب $\partial y / \partial \eta = 0$ ، $\partial z / \partial \eta = 1$ و $v \neq 0$ و $w = 0$ است، با جایگذاری روابط ۷ تا ۹ در رابطه ۶ می‌توان نوشت:

که در این رابطه اولین ترم در سمت چپ نیروی برشی در دو دیواره جانبی، ترم دوم نیروی برشی در بستر کانال و ترم سمت راست مولفه نیروی ثقل آب در راستای حرکت جریان است. با جایگذاری رابطه ۱۸ در رابطه ۱۹، متوسط تنش برشی جداره به صورت زیر خواهد شد:

$$\bar{\tau}_w = \frac{\rho g b H S - b \bar{\tau}_b}{2H} = \frac{\rho g S A_w}{2H} + \frac{1}{H} \int_{CI} \rho u (v dz - w dy) - \frac{1}{H} \int_{CI} (\tau_{yx} dz - \tau_{zx} dy) \quad (20)$$

با توجه به روابط ۱۸ و ۲۰ ملاحظه می‌شود که تنش برشی دیواره شامل سه مؤلفه است: ترم اول مربوط به سهم ثقلی، ترم دوم مربوط به اثر جریان‌های ثانوی و ترم سوم مربوط به اثر تنش برشی سیال است که در واقع بازتاب لزجت گردابی است و در این تحقیق تحت عنوان اثر گرادیان سرعت معرفی شده است. بررسی روابط پایه نشان می‌دهد که اساس تعیین کننده تنش برشی در گرو تخمین نیروی وزن، لزجت و جریان‌های ثانویه است. برای تخمین میزان اثر گرادیان سرعت ابتدا با فرض اینکه سیال ایده آل است، از اثر گرادیان سرعت صرف نظر کرده و مقادیر تنش‌های برشی بستر و جداره تحت عنوان تخمین اولیه محاسبه می‌شوند.

تخمین اولیه

نخست بدون در نظر گرفتن جریان ثانویه $v_t \approx 0$ ، $w \approx 0$ و ثابت فرض کردن لزجت گردابی ν_t تنش برشی مرزی بستر و جداره به ترتیب با استفاده از روابط ۱۸ و ۲۰ به صورت زیر تخمین زده می‌شوند:

$$\frac{\bar{\tau}_b}{\rho g H S} = \frac{A_b}{b H} \quad (21)$$

$$\frac{\bar{\tau}_w}{\rho g H S} = \frac{(b - A_b/H)}{2H} \quad (22)$$

از آنجایی که $dz = \partial y / \partial \eta \cdot dl$ و $-dy = \partial z / \partial \eta \cdot dl$ و از طرفی:

$$\int_{IG} = \int_{IG} \left(\tau_{yx} \frac{\partial y}{\partial \eta} + \tau_{zx} \frac{\partial z}{\partial \eta} \right) dA = 0 \quad (15)$$

چون در سطح آزاد جریان $\partial z / \partial \eta = -1$ ، $\partial y / \partial \eta = 0$ و $\tau_{yx} = \tau_{zx} = 0$ است. با جایگذاری روابط ۱۳ تا ۱۵ در رابطه ۴ می‌توان نوشت:

$$\int_A \left(\tau_{yx} \frac{\partial y}{\partial \eta} + \tau_{zx} \frac{\partial z}{\partial \eta} \right) dA = -\bar{\tau}_b b + 2 \int_{CI} (\tau_{yx} dz - \tau_{zx} dy) \quad (16)$$

با جایگذاری روابط ۱۰، ۱۱ و ۱۶ در رابطه ۴ خواهیم داشت:

$$2 \int_{CI} \rho u (v dz - w dy) = \rho g S A_b - \bar{\tau}_b b + 2 \int_{CI} (\tau_{yx} dz - \tau_{zx} dy) \quad (17)$$

بنابراین می‌توان متوسط تنش برشی بستر را به صورت رابطه ۱۸ استخراج کرد:

$$\bar{\tau}_w = \frac{\rho g S A_b}{b} - \frac{2}{b} \int_{CI} \rho u (v dz - w dy) + 2 \int_{CI} (\tau_{yx} dz - \tau_{zx} dy) \quad (18)$$

که این رابطه تئوری متوسط تنش برشی بستر است. به طور مشابه، می‌توان متوسط تنش برشی دیواره جانبی را با به کار بردن رابطه ۴ در حجم کنترل BGEB یا CFIC در شکل ۲ فرموله کرد. یک راه حل ساده برای دستیابی به متوسط تنش برشی جداره استفاده از تعادل نیروها در جهت جریان یکنواخت است:

$$2H \bar{\tau}_w + b \bar{\tau}_b = \rho g b H S \quad (19)$$

با استفاده از نگاشت همدیس می‌توان با تعیین معادله‌ای برای منحنی‌های هم‌سرعت و متعامد به معادله‌ای برای خطوط CI و BG دست یافت و با توجه به آنها A_w و A_b را محاسبه کرد. یافتن سهم A_w و A_b به منزله تعیین خطوط مسیره‌های CI و BG در شکل ۲ است.

برای کاربرد نگاشت همدیس در تخمین خطوط هم‌سرعت و متعامدهای آنها نیاز به استفاده از متغیرهای مختلط است. ω یک متغیر مختلط در پلان فیزیکی با توجه به شکل ۴ است که به صورت $\omega = x + iy$ تعریف می‌شود، که در آن x نماینده محور حقیقی و y نماینده محور موهومی است. ζ نیز یک متغیر مختلط در صفحه تجانس به شکل $\zeta = \xi + i\eta$ است که در آن ξ نماینده محور حقیقی و η نماینده محور موهومی است که در شکل ۳ نشان داده شده است.

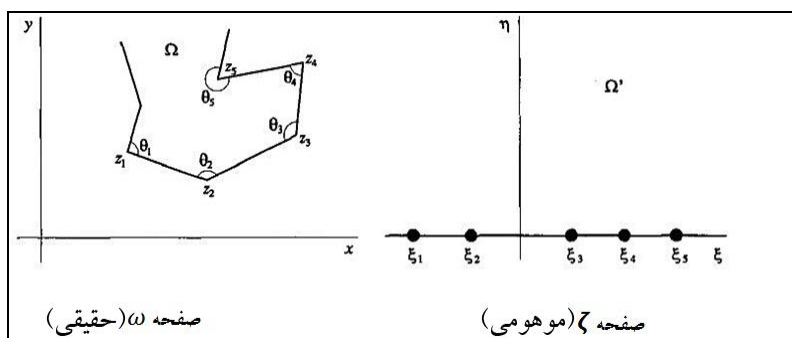
فرض ثابت بودن لزجت گردابه‌ای و نادیده گرفتن آثار جریان‌های ثانویه باعث می‌شود که خط جداکننده مرزی لوله جریان یعنی CI با توجه به شکل ۲ به سمت سطح آب کشیده شود. با توجه به فرض‌های $\tau_{yx} = \rho(u+v_t) \partial u / \partial y$ و $\tau_{zx} = \rho(u+v_t) \partial u / \partial z$ رابطه ۲ را به شکل زیر می‌توان بازنویسی کرد:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} = -\frac{gS}{u+v_t} = const \quad (23)$$

که در آن،

$U =$ لزجت سینماتیکی؛ و $U_t =$ ویسکوزیته سینماتیکی گردابی آب.

رابطه ۲۳ به رابطه پواسن موسوم است. برای حل این معادله می‌توان از روش نگاشت همدیس بهره گرفت.



شکل ۳- شکل تبدیل شوارتز کریستوفل

انتقال که فضای داخلی چندضلعی صفحه ω را روی نیمه بالایی صفحه ζ تصویر می‌کند به صورت زیر است (Spiegel, 1993).

با توجه به شکل ۳ یک چندضلعی در صفحه ω در نظر گرفته می‌شود که دارای رئوس z_1, z_2, \dots, z_n و زوایای داخلی متناظر با هر راس $\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_n$ است. یک

$$\frac{d\omega}{d\zeta} = A(\zeta - \xi_1)^{\theta_1/\pi-1} (\zeta - \xi_2)^{\theta_2/\pi-1} \dots (\zeta - \xi_n)^{\theta_n/\pi-1} \quad (24)$$

یا

$$\omega = A \int (\zeta - \xi_1)^{\theta_1/\pi-1} (\zeta - \xi_2)^{\theta_2/\pi-1} \dots (\zeta - \xi_n)^{\theta_n/\pi-1} d\zeta + B \quad (25)$$

تخمین تنش برشی مرزی در کانال‌های مستطیلی صاف...

چون ω و ζ متغیرهای مختلط به ترتیب در صفحه ω و ζ هستند، با جایگذاری آنها در رابطه ۲۹ خواهیم داشت:

$$\xi + i\eta = \frac{b}{\pi} \sin \frac{\pi(x+iy)}{b} = \quad (30)$$

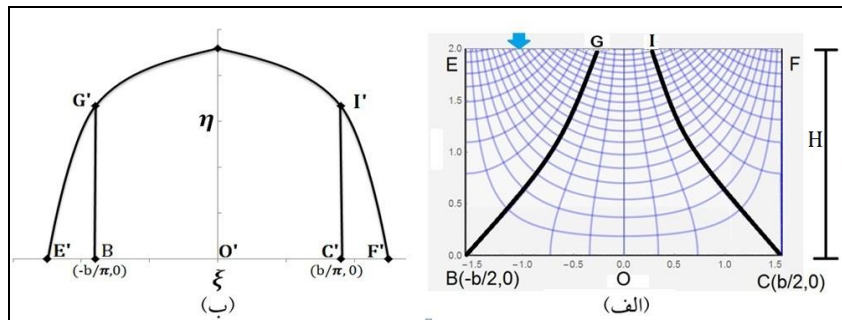
$$\frac{b}{\pi} \left(\sin \frac{\pi x}{b} \cosh \frac{\pi y}{b} + i \cos \frac{\pi x}{b} \sinh \frac{\pi y}{b} \right)$$

از بررسی رابطه ۳۰ و شکل ۳ می‌توان به این نتیجه رسید که:

$$\xi = \frac{b}{\pi} \sin \frac{\pi z}{b} \cosh \frac{\pi y}{b} \quad (31)$$

$$\eta = \frac{b}{\pi} \cos \frac{\pi z}{b} \sinh \frac{\pi y}{b} \quad (32)$$

بعد از رسم روابط ۳۱ و ۳۲ در صفحه ω دیده می‌شود که ξ دارای مقادیر ثابت و عمود بر خطوط سرعت η است (شکل ۴ الف). سطح مقطع جریان به صورت $E'G'F'I'$ در نیمه بالایی صفحه ζ با شبه‌بیضی ایجاد شده نشان داده می‌شود (شکل ۴ ب).



شکل ۴- الف) صفحه فیزیکی سطح مقطع جریان و ب) صفحه نگاشت سطح مقطع جریان

$$z = 0.31831 * b * \sin^{-1} \left(\frac{1}{\cosh \frac{3.14159y}{b}} \right) \quad (33)$$

با توجه به المان ذکر شده در شکل ۱، مقدار سهم لوله جریان بستر به صورت $A_b = 2 \int_0^H z dy$ به دست می‌آید که در آن z از رابطه ۳۳ تخمین زده می‌شود.

این رابطه تبدیل شوارتز-کریستوفل نام دارد که برای مقطع مستطیلی به شکل زیر نتیجه می‌شود.

$$\omega = A \int \left(\zeta + \frac{b}{\pi} \right)^{-1/2} \left(\zeta - \frac{b}{\pi} \right)^{-1/2} d\zeta + B \quad (26)$$

$$= A + B \frac{b}{\pi} \sin^{-1} \frac{\pi \zeta}{b}$$

برای $\omega_1 = \frac{-b}{2}$ و $\omega_2 = \frac{b}{2}$ به ترتیب $\xi_1 = -\frac{b}{\pi}$ و $\xi_2 = \frac{b}{\pi}$ است. با قرار دادن این مقادیر در رابطه ۲۶، روابط زیر نتیجه می‌شوند:

$$-\frac{b}{2} = -A \frac{b}{\pi} \cdot \frac{\pi}{2} + B \quad (27)$$

$$\frac{b}{2} = A \frac{b}{\pi} \cdot \frac{\pi}{2} + B \quad (28)$$

با حل دو رابطه ۲۷ و ۲۸، مقادیر $B = 0$ و $A = 1$ نتیجه‌گیری می‌شود. با قراردادن این مقادیر در رابطه ۲۶، تابع ζ به صورت رابطه ۲۹ نتیجه می‌شود.

$$\zeta = \frac{b}{\pi} \sin \frac{\pi \omega}{b} \quad (29)$$

مرز جداکننده کف از جداره طبق فرض‌های در نظر گرفته شده برای مقادیر مرزی متعامدها معادل با $\xi = \frac{b}{2\theta}$ می‌باشد. با قراردادن این مقدار برای ξ در رابطه ۳۱، رابطه ۳۳ برای مرز جداکننده کف از دیواره حاصل می‌شود.

$$\frac{\bar{\tau}_w}{\rho g S H} = \frac{b/H}{2} - \frac{b}{2H} \times \left(\frac{\bar{\tau}_b}{\rho g S H} \right) \quad (37)$$

تخمین دوم

هدف از تخمین دوم بهبود تخمین اول پس از در نظر گرفتن دو شرط اساسی است. شرط اول بیان می‌کند که جریان‌های ثانوی با انتقال ممنتوم جانبی بر تنش برشی مرزی تأثیر گذار است. شرط دوم اثر لزجت گردابه‌ای است که در تخمین اول تغییرات آن ثابت منظور شده است. در حقیقت خط جداکننده لوله جریان مرزی در کانال‌های باریک به صورت CI' می‌باشد که در شکل ۶ بتصویر کشیده شده است. آزمایش‌ها نشان می‌دهد که در کانال‌های باریک سرعت حداکثر در زیر تراز سطح آب رخ می‌دهد (شکل ۵). در شکل ۵ پارامتر δ فاصله بستر کانال تا نقطه سرعت حداکثر و در شکل ۶ پارامتر u/u_{max} نشانگر سرعت جریان به سرعت حداکثر می‌باشد.

برای تخمین متوسط تنش برشی با استفاده از رابطه ۳۵ مقدار A_b محاسبه شده و در رابطه ۱۸ جایگذاری می‌شود. نتیجه به صورت رابطه ۳۸ نمایش داده شده است و با استفاده از انتگرال گیری جزء به جزء و قضیه مقدار میانگین در انتگرال‌ها برای بخش اول سمت راست رابطه ۳۸، رابطه ۳۹ حاصل می‌شود.

$$\frac{\bar{\tau}_b}{\rho g S H} = \frac{1}{H} \int_0^H \exp\left(-2.855 \frac{y}{b}\right) dy - \frac{2}{\rho g S H b} \int_{CF} \rho u (-vdz + wdy) + \frac{2}{\rho g S H b} \int_{CF} (-\tau_{yx} dz + \tau_{zx} dy) \quad (38)$$

$$\frac{\bar{\tau}_b}{\rho g S H} = \exp\left(-2.855 \frac{y}{b}\right) - \lambda H \frac{-2.855}{b} \exp\left(-2.855 \frac{\lambda H}{b}\right) - \frac{2}{\rho g S H b} \left(\int_{CF} \rho u (-vdz + wdy) - \int_{CF} (-\tau_{yx} dz + \tau_{zx} dy) \right) \quad (39)$$

می‌دهند. به این صورت که در ازای اثر جریان‌های ثانوی و ترم‌های تنش برشی دو ضریب λ_1 و λ_2 برای ترم دوم

به‌زای y و z ‌های متناظر با خط متعامد مرزی (یعنی $\xi = \frac{b}{2\theta}$) که از محاسبات عددی به‌دست آمده‌اند نسبت به هم رسم کرده تا رابطه مربوط به آنها به‌دست آید.

$$\frac{z}{b} = 0.5 \exp\left(-2.855 \frac{y}{b}\right) \quad (34)$$

با انتگرال‌گیری از رابطه ۳۴، مساحت لوله جریان وابسته به بستر A_b به صورت رابطه ۳۵ محاسبه می‌شود.

$$A_b = 2 \int_0^H z dy = b^2 \left(0.35698 - 0.35698 e^{-\frac{2.855H}{b}} \right) \quad (35)$$

با کسر A_b از مساحت کل سطح مقطع جریان، سهم A_w نیز تعیین می‌شود. با تساوی قرار دادن مؤلفه وزن سیال هر یک از لوله‌های جریان وابسته به بستر و جداره، با نیروی برشی متناظر با آن، مقادیر $\bar{\tau}_w$ و $\bar{\tau}_b$ قابل محاسبه می‌باشند. فرم‌های بدون بعد متوسط تنش برشی بستر $\frac{\bar{\tau}_w}{\rho g S H}$ و جداره $\frac{\bar{\tau}_b}{\rho g S H}$ به صورت روابط ۳۶ و ۳۷ نمایش داده شده‌اند.

$$\frac{\bar{\tau}_b}{\rho g S H} = \frac{0.356982 b^2 (1 - e^{-\frac{2.855H}{b}})}{bH} \quad (36)$$

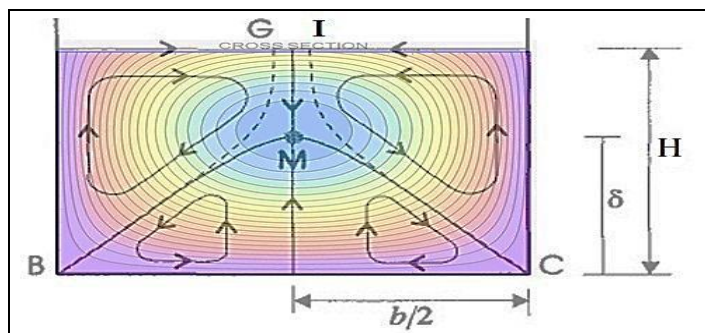
که در آن λ ضریب است. ترم‌های دوم و سوم و چهارم در رابطه ۳۹ بخشی کوچک از ترم اول را تشکیل

تخمین تنش برشی مرزی در کانال‌های مستطیلی صاف...

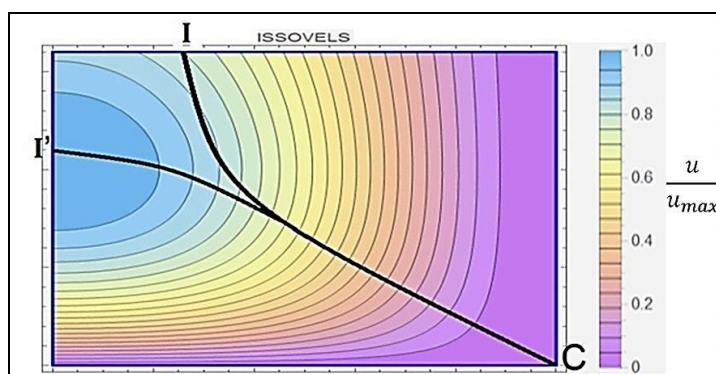
$$\frac{\bar{\tau}_b}{\rho g S H} = \exp\left(-2.855 \frac{H}{b}\right) - \quad (40)$$

$$\frac{\bar{\tau}_w}{\rho g S H} = \frac{b}{2H} \left(1 - \frac{\bar{\tau}_b}{\rho g S H}\right) \quad (41)$$

سمت راست رابطه ۳۹ معرفی می‌شوند و اثر دو ترم انتهایی در این ترم منعکس می‌شود. بنابراین، $\bar{\tau}_w$ و $\bar{\tau}_b$ به شکل زیر محاسبه می‌شوند:



شکل ۵- توصیف شماتیک اثر جریان‌های ثانویه و محل سرعت حداکثر در کانال‌های باریک مستطیلی



شکل ۶- توصیف شماتیک خط مرزی جداکننده لوله جریان در تخمین اول CI و تخمین دوم CI'. اقتباس شده از (Guo & Julien, 2005)

نتایج و بحث

شدن کانال، نقش شعاع هیدرولیکی بر عمق جریان غلبه می‌یابد، لذا به منظور بررسی اثر شعاع هیدرولیکی بر نتایج تخمین اول تحقیق، مقادیر متوسط تنش برشی بستر و جداره به ترتیب به شکل $\frac{\bar{\tau}_w}{\rho g S R}$ و $\frac{\bar{\tau}_b}{\rho g S R}$ محاسبه و نتایج در شکل‌های ۹ و ۱۰ نمایش داده شده‌اند. نتایج مندرج در شکل‌های ۸ و ۱۰ حاکی از انحراف تخمین اول در تقریب تنش برشی بدون بعد جداره می‌باشد.

به‌منظور اعمال اثر لزجت و جریان ثانوی در نتایج تخمین تنش برشی، به یک‌سری ضرائب اصلاحی نیاز می‌باشد. برای این منظور استفاده از نتایج یک تحقیق

همان‌گونه که در بخش مواد و روش‌ها بدان اشاره شد، با فرض ایده آل بودن سیال و صرف‌نظر از اثر لزجت و جریان ثانوی و بهره‌گیری از تکنیک نگاشت، سهم مساحت لوله جریان متعلق به بستر و جداره تفکیک گردید. سپس تنش برشی بستر و جداره متناظر با لوله جریان مربوطه، با نمودن b/H از روابط ۳۶ و ۳۷ محاسبه گردید. نتایج در شکل‌های ۷ و ۸ به‌عنوان تخمین اول متوسط تنش برشی بدون بعد بستر $\frac{\bar{\tau}_b}{\rho g S H}$ و جداره $\frac{\bar{\tau}_w}{\rho g S H}$ ترسیم گردیده است. از آنجایی‌که با کاهش نسبت ظاهری b/H و باریک

بعد بستر $\frac{\bar{\tau}_b}{\rho g S H}$ و جداره $\frac{\bar{\tau}_w}{\rho g S H}$ با عنوان تخمین دوم در شکل‌های ۷ و ۸ نمایش داده شده‌اند. به‌منظور بررسی اثر شعاع هیدرولیکی بر نتایج تخمین دوم، شکل بدون بعد تنش برشی بستر و جداره به ترتیب به صورت $\frac{\bar{\tau}_w}{\rho g S R}$ و $\frac{\bar{\tau}_b}{\rho g S R}$ محاسبه و نتایج در شکل‌های ۹ و ۱۰ نمایش داده شده‌اند. بررسی کیفی شکل‌های ۷ الی ۱۰ نشانگر آن است که با اعمال اثر گرادیان سرعت، نتایج حاصل از تخمین دوم به مشاهدات آزمایشگاهی نزدیک می‌شوند.

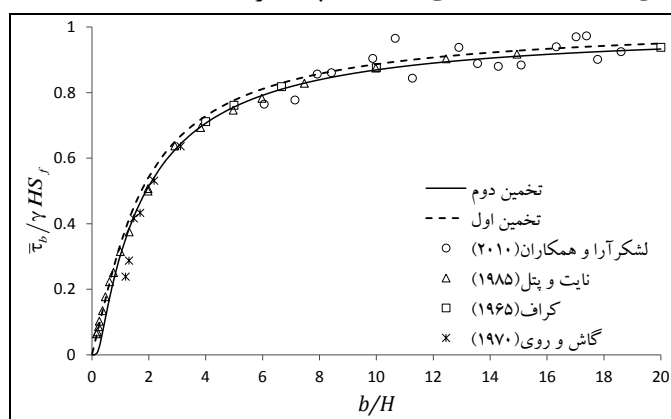
جهت تعیین مقدار اثر جریان‌های ثانوی و لزجت گردابی، میزان اختلاف نتایج تنش برشی در تخمین‌های اول و دوم محاسبه شد. مقادیر مربوطه با پارامتر Φ معرفی گردید که روند تغییرات آن در نسبت‌های ظاهری مختلف در شکل ۱۲ نشان داده شده‌اند. سپس به‌منظور تعیین کمیت اثر گرادیان سرعت بر میزان اختلاف نتایج حاصل از تخمین‌های اول و دوم در مقایسه با نتایج آزمایشگاهی تجزیه و تحلیل آماری صورت گرفت. برای این منظور از توابع خطای RMSE و ضریب زاویه خط برازش داده شده از بین نتایج استفاده گردید. نتایج حاصل از تجزیه و تحلیل آماری در جدول ۱ و شکل‌های ۱۲ و ۱۳ گزارش شده‌اند. مشاهده می‌شود که بعد از اعمال اثر جریان‌های ثانوی و لزجت در تخمین دوم، مقادیر خطای محاسبه شده برای تنش برشی بستر و جداره به مقدار زیادی کاهش پیدا کرده است.

آزمایشگاهی دقیق ضروری است. در این راستا به‌منظور تخمین واقع‌گرایانه ضرائب اصلاحی λ_1 و λ_2 از داده‌های آزمایشگاهی لشکرآرا و همکاران (Lashkar-Ara *et al.*, 2010) استفاده گردید. آنان در تحقیقات خود مقادیر تنش برشی بستر و جداره را در یک کانال مستطیلی صاف با استفاده از تکنیک اندازه‌گیری مستقیم (جذب ممتوم) تعیین کردند. با استفاده از نتایج این تحقیق، مقادیر ضرائب اصلاحی λ_1 و λ_2 به‌ازای مقادیر مختلف نسبت ظاهری $\frac{b}{H}$ با استفاده از نرم‌افزار SPSS تخمین زده شد. نتایج نشان داد که به‌ازای مقادیر مختلف $\frac{b}{H}$ ضریب اصلاحی λ_1 به‌صورت یک عدد ثابت بوده و λ_2 به‌صورت یک تابع تخمین زده می‌شود. با آنالیز عددی داده‌های آزمایشگاهی و روابط به‌دست آمده از نرم‌افزار SPSS می‌توان نتیجه گرفت که:

$$\lambda_1 = 1.445921 \quad (42)$$

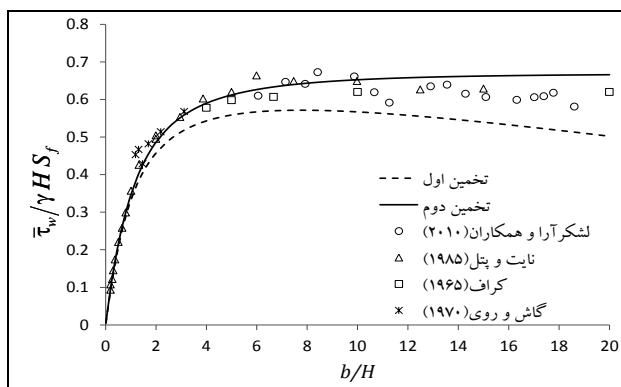
$$\lambda_2 = a_1 \ln(H/b) + a_2 = -0.13065442 \ln(H/b) + 0.6349 \quad (43)$$

با جایگذاری ضرایب ۴۲ و ۴۳ در رابطه ۴۰، متوسط تنش برشی بستر و به تبع آن با استفاده از رابطه ۴۱ متوسط تنش برشی جداره با اعمال اثر گرادیان سرعت قابل محاسبه خواهند بود. نتایج متوسط تنش برشی بدون

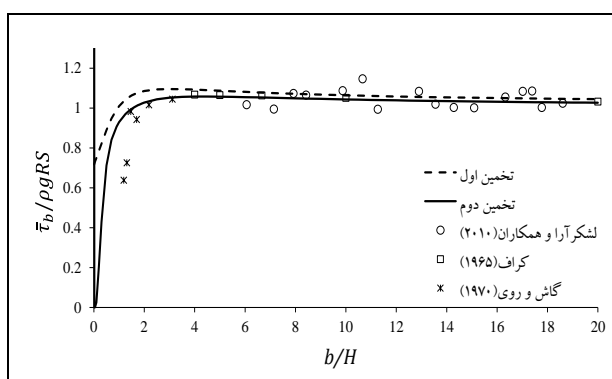


شکل ۷- مقایسه نتایج آزمایشگاهی با اولین و دومین تخمین برای متوسط تنش برشی بدون بعد بستر

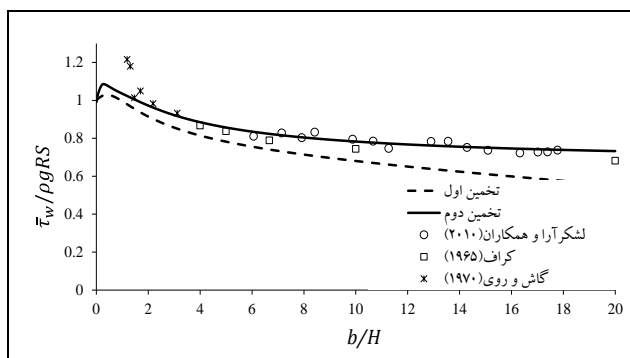
تخمین تنش برشی مرزی در کانال‌های مستطیلی صاف...



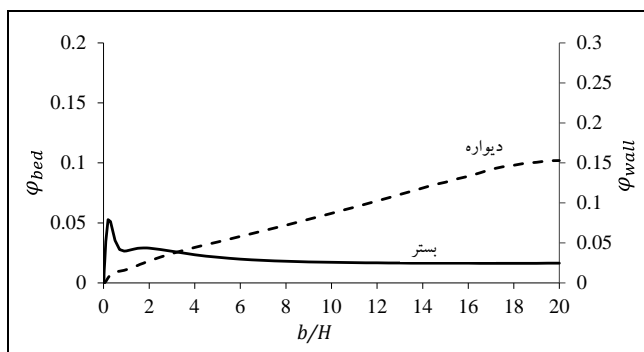
شکل ۸- مقایسه نتایج آزمایشگاهی با اولین و دومین تخمین برای متوسط تنش برشی بدون بعد جداره



شکل ۹- مقایسه نتایج آزمایشگاهی با متوسط تنش برشی بدون بعد بستر



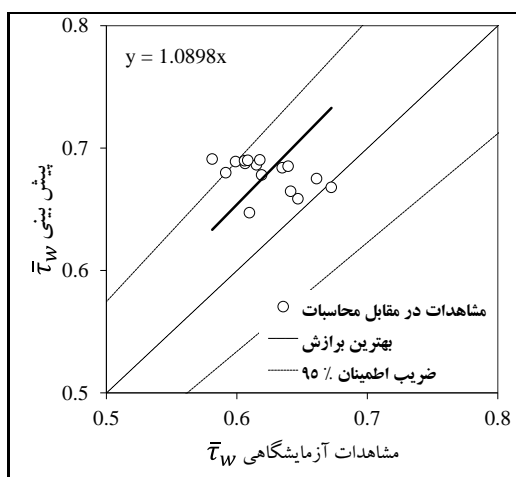
شکل ۱۰- مقایسه نتایج آزمایشگاهی با متوسط تنش برشی بدون بعد جداره



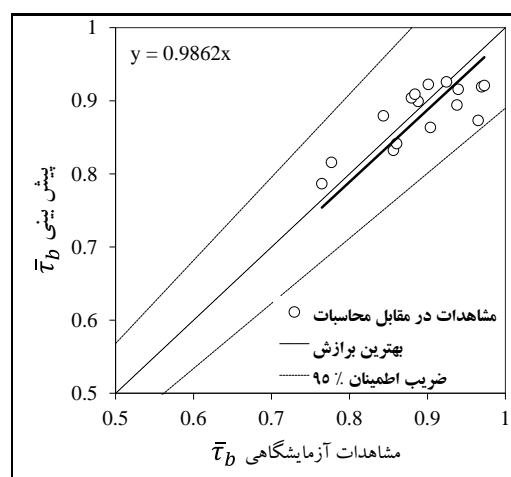
شکل ۱۱- مقدار گرادیان سرعت حاصل از اختلاف تنش برشی بستر و جداره در تخمین اول و دوم

جدول ۱- توابع خطای حاصل از مقایسه نتایج آزمایشگاهی در مقابل نتایج به دست آمده در مقطع مستطیلی

نوع تخمین	پارامتر	ضریب وزن باقیمانده	انحراف از معیار	ریشه میانگین مربعات خطا	حداکثر خطا
		CRM	SD	RMSE	ME
اول	$\bar{\tau}_w / \gamma HS$	۰/۱۱۸۶	۰/۰۴۰۸	۰/۰۷۶۱	۰/۱۰۱۵
	$\bar{\tau}_b / \gamma HS$	۰/۰۱۱۸	۰/۰۴۹۶	۰/۰۳۹۱	۰/۰۷۰۹
دوم	$\bar{\tau}_w / \gamma HS$	۰/۰۱۵۷	۰/۰۶۴	۰/۰۱۵	۰/۰۲۴۷
	$\bar{\tau}_b / \gamma HS$	۰/۰۰۶۵	۰/۰۹۰۴	۰/۰۲۱۷	۰/۰۴۱



شکل ۱۳- مقایسه مقادیر پیش‌بینی شده تنش برشی جداره در مقابل نتایج آزمایشگاهی در کانال مستطیلی



شکل ۱۲- مقایسه مقادیر پیش‌بینی شده تنش برشی بستر در مقابل نتایج آزمایشگاهی در کانال مستطیلی

نتیجه‌گیری

افزایش یابد و از مقدار تنش برشی کف کاسته شود. از مقایسه نتایج حاصل از این تحقیق با نتایج آزمایشگاهی اندازه‌گیری مستقیم تنش برشی، میزان اندرکنش گردایان سرعت بر نتایج تنش برشی به‌روش ترسیم تطابقی تعیین گردید. بررسی‌ها نشان می‌دهد که با افزایش نسبت ظاهری، اثر گردایان سرعت کاهش می‌یابد، به‌گونه‌ای که با افزایش نسبت ظاهری از ۱ به ۲۰، میزان اثر گردایان سرعت بر تخمین تنش برشی بستر به‌ترتیب از ۷ به ۱ درصد و در جداره از ۱۵ به ۳ درصد کاهش می‌یابد.

روابط ارائه شده برای میانگین تنش برشی کف و دیواره در تخمین دوم با اندازه‌گیری‌های آزمایشگاهی و تجربی از تطابق قابل قبولی برخوردار است.

تجزیه و تحلیل روابط اساسی تنش برشی نشان می‌دهد که تنش برشی مرزی شامل سه جزء است: بخش اول به دلیل گرانش، بخش دوم مربوط به اثر جریان‌های ثانوی و بخش سوم اثر تنش‌های برشی خود سیال است. تخمین اول تنش برشی متوسط کف و دیوار با استفاده از تبدیل شوارتز کریستوفل پس از نادیده گرفتن اثر جریان‌های ثانوی و فرض بر یک ویسکوزیته‌ی گردابی ثابت محاسبه شد. جریان‌های ثانویه در نزدیکی سطح آزاد سیال به سمت خط مرکزی کانال حرکت می‌کنند و باعث می‌شوند که در کانال‌های باریک حداکثر سرعت در زیر سطح آزاد اتفاق افتد. اندرکنش ممنوم در لوله‌های جریان جداره و کف باعث می‌شود که مقدار تنش برشی دیواره‌ها

قدردانی

بدین‌وسیله نگارندگان این مقاله از دانشگاه صنعتی جندی شاپور به پاس فراهم آوردن امکان این تحقیق قدردانی می‌نمایند.

مراجع

- Berlamont, J. E., Trouw, K. and Luyckx, G. 2003. Shear stress distribution in partially filled pipes. *J. Hydraul. Eng.* 129(9): 697-705.
- Chiu, C. L. and Tung, N. C. 2002. Maximum velocity and regularities in open-channel flow. *J. Hydraul. Eng.* 128(4): 390-398.
- Cruff, R. W. 1965. Cross-channel transfer of linear momentum in smooth rectangular channels. *Water-Supply Paper. No. 1592-B. U.S. Geological Survey, Center, Miss.* B1-B26.
- Einstein, H. A. 1942. Formulas for the transportation of bed-load. *Trans. Am. Soc. Civ. Eng.* 107, 561-597.
- Ghosh, S. N. and Roy, N. 1970. Boundary shear distribution in open channel flow. *J. Hydraul. Div.* 96(4): 967-994.
- Guo, J. and Julien, P. Y. 2002. Boundary shear stress in smooth rectangular open-channels. *Adv. Hydraul. Water Eng. I & II*, 76-86.
- Guo, J. and Julien, P. Y. 2005. Shear stress in smooth rectangular open-channel flows. *J. Hydraul. Eng.* 131(1): 30-37.
- Jin, Y. C., Zarrati, A. R. and Zheng, Y. 2004. Boundary shear distribution in straight ducts and open channels. *J. Hydraul. Eng.* 130(9): 924-928.
- Khodashenas, S. R., Abderrezzak, K. E. K. and Paquier, A. 2008. Boundary shear stress in open channel flow: A comparison among six methods. *J. Hydraul. Res.* 46(5): 598-609.
- Knight, D. W. and Patel, H. S. 1985. Boundary shear in smooth rectangular ducts. *J. Hydraul. Eng.* 111(1): 29-47.
- Knight, D. W. and Sterling, M. 2000. Boundary shear in circular pipes running partially full. *J. Hydraul. Eng.* 126(4): 263-275.
- Knight, D. W., Omran, M. and Tang, X. 2007. Modeling depth-averaged velocity and boundary shear in trapezoidal channels with secondary flows. *J. Hydraul. Eng.* 133(1): 39-47.
- Lashkar-Ara, B., Fathi-Moghadam, M., Shafai-Bajestan, M. and Jael, A. 2010. Boundary shear stresses in smooth channels. *J. Food Agric. Environ.* 8, 132-136.
- Seckin, G., Seckin, N. and Yurtal, R. 2006. Boundary shear stress analysis in smooth rectangular channels. *Can. J. Civil Eng.* 33(3): 336-342.
- Spiegel, M. R. 1993. *Complex Variables*. McGraw-Hill, New York .
- Yang, S. Q. and Lim, S. Y. 1998. Boundary shear stress distributions in smooth rectangular open channel flows. *Proceedings of the Institution of Civil Engineers. Water, Maritime and Energy.* 130(3): 163-173.
- Yang, S. Q., Tan, S. K. and Lim, S. Y. 2004. Velocity distribution and dip-phenomenon in smooth uniform open channel flows. *J. Hydraul. Eng.* 130(12): 1179-1186.
- Zarrati, A. R., Jin, Y. C. and Karimpour, S. 2008. Semianalytical model for shear stress distribution in simple and compound open channels. *J. Hydraul. Eng.* 134(2): 205-215.



Estimation of Boundary Shear Stress in Smooth Rectangular Open Channel by Considering the Effect of Velocity Gradient

P. Beygi and B. Lashkar-Ara*

* Corresponding Author: Assistant Professor, Civil Engineering Department, Jundi-Shapur University of Technology, Dezful, Iran. Email: lashkarara@jsu.ac.ir

Received: 31 January 2017, Accepted: 29 April 2018

Abstract

The estimation of hydraulic resistance of the flow in open channels has always faced a serious challenge because of presence of secondary currents and vortex viscosity. Determination of contribution of flow pipes in the bed and the wall is faced with error, due to effects of the walls on the maximum velocity position. In this study, the contribution of the flow pipes in the bed and the wall was approximated by using conformal mapping method and by plotting harmonic lines of current and potentials. Then, the shear stresses obtained from the weight of tube pipes in the bed and the walls were calculated by eliminating the effect of the velocity gradient factors in the simplified results of solving the conjugation and momentum equations. The rate of interaction of velocity gradient on shear stress results of the conformal mapping was determined by comparing the results of conformal mapping method with that of experimental results of direct shear stress measurement. Investigations have shown that the effect of the velocity gradient decreases with increasing aspect ratio, so that with increasing aspect ratio from 1 to 20, the effect of the velocity gradient on the shear stress of the bed has been reduced from 7 to 1 percent, and in the wall from 15 to 3 percent. Finally, measured values of shear stress in the bed and the wall were introduced by presenting some equations.

Key Words: Dip Phenomena, Open Channel Flow, Secondary Flow