

بررسی موقعیت مقطع کنترل در جریان ماندگار و غیرماندگار با استفاده از مدل عددی و داده‌های آزمایشگاهی

الهام درویشی^{۱*} و صلاح کوچک‌زاده^۲

۱- استادیار گروه مهندسی آب، دانشکده کشاورزی، دانشگاه رازی، کرمانشاه، ایران

۲- استاد گروه مهندسی آبیاری و آبادانی، دانشکده مهندسی کشاورزی و فناوری، پردیس کشاورزی و منابع طبیعی، دانشگاه

تهران، تهران، ایران

تاریخ دریافت: ۱۴۰۰/۲/۶؛ تاریخ پذیرش: ۱۴۰۰/۵/۱

چکیده

موقعیت عدد فرود بحرانی، حداقل انرژی مخصوص و تابع اندازه حرکت روی سرریز لبه پهن ذوزنقه‌ای برای هیدروگراف افزایشی ورودی به کانال با استفاده از حل عددی رابطه اصلاح شده بوسینسک و داده‌های آزمایشگاهی بررسی شد. نتایج بررسی نشان داد که موقعیت حداقل انرژی مخصوص و عدد فرود بحرانی در فاصله‌ای اندک از یکدیگر و به صورت پیوسته در جهت جریان حرکت می‌کنند. در حالی که موقعیت حداقل تابع اندازه حرکت ابتدا در جهت جریان رو به جلو و بعد از مدتی در خلاف جهت جریان حرکت می‌کند. دبی در واحد عرض در هر سه موقعیت بسیار به هم نزدیک و در حداقل انرژی مخصوص و عدد فرود بحرانی کاملاً برهم منطبق است. انرژی مخصوص در جریان بحرانی در مقابل دبی در واحد عرض نیز رسم شد. این نمودار بر رابطه انرژی مخصوص در جریان بحرانی ماندگار به‌طور کامل منطبق است. به منظور قضاوت دقیق‌تر این رابطه، لازم است هیدروگراف‌ها با شکل‌های مختلف بررسی شوند. رابطه نقطه تکین برای بسترهای مختلف در جریان ماندگار نیز بررسی شد. این رابطه برای مقادیر کمتر از 0.05 حاصل ضرب مشتق مرتبه دوم بستر در عمق بحرانی روی بسترهای مورد بررسی دارای درستی مطلوب است. در مقادیر بیش از این مقدار خطای نسبی تا ۱۸ درصد وجود دارد.

واژه‌های کلیدی

بستر انحنادار، حداقل انرژی مخصوص، حداقل تابع اندازه حرکت، عدد فرود، نقطه تکین

مقدمه

سرعت جریان برابر سرعت موج ثقلی است (Liggett 1993). جریان‌های روباز با عدد فرود کمتر از واحد زیر بحرانی هستند و بیش از آن فوق بحرانی طبقه‌بندی می‌شوند. در جریان غیرماندگار، با استفاده از رابطه‌های سنت و نانت و با قرار دادن شیب خطوط مشخصه برابر صفر

در بسیاری از متون هیدرولیک اهمیت جریان بحرانی و موقعیت آن در طراحی سازه‌های هیدرولیکی، روندیابی سیل و اندازه‌گیری جریان بیان شده است. این جریان که با عدد فرود برابر با یک مشخص می‌شود، شرایط دینامیکی است که متوسط

(Darvishi *et al.*, 2009). درویشی و همکاران (2017) رابطه‌های بوسینسک را اصلاح و با حل عددی رابطه‌های اصلاح شده جریان غیرماندگار، نیمرخ سطح آب جریان ماندگار را روی بستر انحنادار محاسبه کردند.

نیمرخ سطح آب در جریان ماندگار با استفاده از رابطه جریان متغیر تدریجی (رابطه ۳) قابل تعیین است که در آن شیب سطح آب تابعی از عدد فرود است.

$$\frac{dh}{dx} = \frac{S_0 - S_f}{1 - F^2} \quad (3)$$

که در آن،

S_0 = شیب کف کانال؛ S_f = شیب خط انرژی؛ و dh/dx = تغییرات عمق در طول کانال.

در تبدیل جریان زیر بحرانی به فوق بحرانی در یک نقطه عدد فرود برابر یک خواهد بود. به عبارتی، مخرج کسر رابطه ۳ صفر خواهد شد. برخی از محققان با صرف نظر کردن از شیب خط انرژی S_f در این رابطه و استفاده از قانون هوپیتال در ریاضیات، رابطه ۴ را برای تغییرات عمق آب در جریان بحرانی برای مقطع مستطیلی به دست آوردند (Escoffier, 1958):

$$\left(\frac{dh}{dx}\right)_c = \pm \left(-\frac{h_c}{3} \frac{\partial^2 z_b}{\partial x^2}\right)^{1/2} \quad (4)$$

که در آن،

z_b = رقم کف کانال؛ و (dh/dx) گرادیان عمق آب در محل عمق بحرانی. در متن مقاله مشتق دوم بستر با z_{bxx} نشان داده خواهد شد. این رابطه نشان می‌دهد که شیب عمق آب در عمق بحرانی تابعی از مشتق دوم بستر و عمق بحرانی است. این رابطه به ندرت در کتاب‌های هیدرولیک کانال‌ها ذکر شده است و به صورت عمومی محققان جریان کانال‌های روباز آن را

$(dx/dt = U - (gh)^{1/2} = 0)$ عدد فرود برابر با یک $(U = (gh)^{1/2}, F = U/(gh)^{1/2})$ به دست می‌آید؛ در این رابطه ها، h عمق جریان، g شتاب ثقل و U سرعت جریان، x فاصله طولی در جهت جریان، t زمان و F عدد فرود است.

با فرض جریان ماندگار در کانال مستطیلی، با قرار دادن مشتق انرژی مخصوص نسبت به عمق (dE/dh) یا مشتق تابع اندازه حرکت (dS/dh) برابر با صفر، عمق بحرانی و دبی به ترتیب با استفاده از رابطه‌های (۱) و (۲) به دست می‌آید (Jain, 2001):

$$h_c = (q^2/g)^{1/3} \quad (1)$$

$$q = \left(\frac{2}{3}\right)^{3/2} \sqrt{g E_{min}^3} \quad (2)$$

که در آنها،

h_c = عمق بحرانی؛ q = دبی در واحد عرض؛ و E_{min} = حداقل انرژی مخصوص.

در جریان ماندگار حداقل انرژی مخصوص و تابع اندازه حرکت در عمق بحرانی اتفاق می‌افتند. اما آیا در جریان غیرماندگار نیز همین‌طور خواهد بود؟ برای پاسخ به این پرسش کاسترو-اورگاز و چانسون (Castro-Orgaz & Chanson, 2015) با حل عددی رابطه‌های سنت و نانت روی بستر انحنادار به بررسی اثرهای جریان غیرماندگار روی جریان بحرانی پرداختند. نتایج بررسی‌های این پژوهشگران نشان داد که موقعیت حداقل انرژی مخصوص و تابع اندازه حرکت در جریان غیرماندگار منطبق بر عمق بحرانی نیست؛ در این مطالعه، نتایج با داده‌های آزمایشگاهی مقایسه نشده بود و رابطه‌های سنت و نانت به کار رفته توسط آنها درستی بالایی در پیش‌بینی خصوصیات جریان روی بسترهای انحنادار ندارند (Darvishi *et al.*, 2017; Castro-Orgaz & Hager

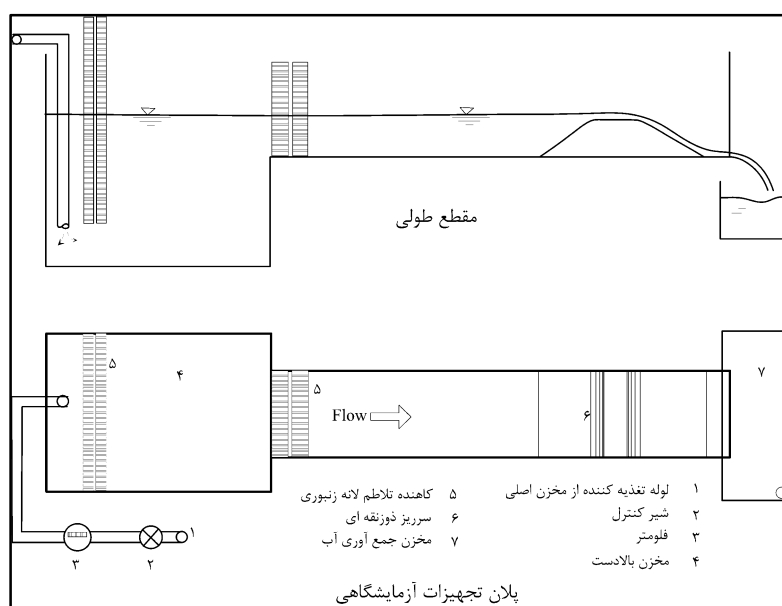
۰/۶ متر و طول ۳ متر از جنس پلکسی گلاس به ضخامت ۲ سانتی متر در آزمایشگاه هیدرولیک دانشگاه فنی وین اجرا شد. با توجه به شفاف بودن دیواره کانال، به منظور ثبت عمق از روش فیلمبرداری استفاده شد. دبی مورد نیاز با یک لوله چدنی به قطر ۱۰۰ میلی متر منشعب از سیستم پمپاژ آزمایشگاه تامین شد. برای اندازه گیری و تغییر دبی جریان، لوله مذکور به ترتیب با یک فلومتر و شیر کنترل تجهیز شد (شکل ۱). جریان غیرماندگار با استفاده از شیر کنترل به صورت دستی ایجاد شد. دبی ورودی به کانال با فلومتر اندازه گیری و در فایل Excel ذخیره شد. این هیدروگراف به عنوان شرایط مرزی بالادست در جریان غیرماندگار به کار رفت.

به منظور بررسی جریان انحنادار از اتصال دو شیب ۳۰ و ۴۵ درجه، سرریز ذوزنقه ای به صورت شکل ۲ ساخته شد. سرریز ذوزنقه ای به نحوی در کانال اصلی نصب شد که شیب ۴۵ درجه در بالادست و شیب ۳۰ درجه در پایین دست جریان قرار گیرد.

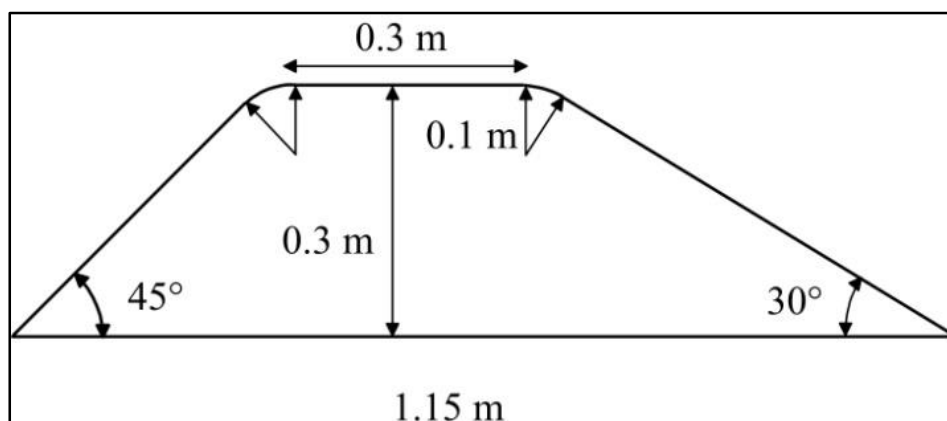
نپذیرفته اند. اگرچه فنتون و درویشی (Fenton & Darvishi, 2016) با استفاده از داده های آزمایشگاهی نیز نشان دادند که رابطه ۴ در بسیاری از موارد تغییرات عمق آب را در تبدیل جریان زیر بحرانی به فوق بحرانی درست پیش بینی نمی کند، اما ضرورت بررسی عمیق تر عملکرد آن همچنان مطرح است. از این رو، در این مقاله با استفاده از داده های آزمایشگاهی و مدل عددی رابطه های بوسینسک اصلاح شده عملکرد آن روی بسترهای با توپوگرافی مختلف در جریان ماندگار دقیق تر بررسی و نتایج آن گزارش شد. در این پژوهش، با استفاده از داده های آزمایشگاهی نیمرخ سطح آب درستی این رابطه ها در جریان غیرماندگار و موقعیت رخداد جریان بحرانی، حداقل انرژی مخصوص و تابع اندازه حرکت بررسی خواهد شد.

مواد و روش ها تجهیزات آزمایشگاهی

آزمایش ها در کانالی به عرض ۰/۳۷ متر، ارتفاع



شکل ۱ - شکل شماتیک مجموعه آزمایشگاهی
Fig. 1. Schematic figure of a laboratory set



شکل ۲- شکل شماتیک سرریز ذوزنقه‌ای
Fig. 2. Schematic figure of trapezoidal weir

رابطه های جریان غیرماندگار

که در آن،
 $x =$ محور افقی؛ $C_z =$ ضریب زبری شزی؛ $i_b =$ شیب
 پروفیل بستر در هر مقطع $(i_b = -\partial Y/\partial x)$ ؛ و $\beta =$
 ضریب تصحیح نایکنواختی توزیع سرعت در مقطع
 عرض که به نام ضریب بوسینسک معروف است.
 با توجه به اهمیت شیب بستر، به ویژه در
 سازه‌های مختلف اندازه‌گیری آب، درویشی و
 همکاران (Darvishi, 2017) به اصلاح رابطه های
 بوسینسک دست زدند. این محققان با در نظر گرفتن
 اثرهای شیب طولی و انحنای خط جریان و به
 کارگیری روش بوسینسک، رابطه مومنتوم بوسینسک
 را به صورت رابطه ۶ اصلاح کردند.

$$\frac{\partial q}{\partial t} + 2\beta \frac{q}{h} \frac{\partial q}{\partial x} - \beta \frac{q^2}{h^2} (\eta_x - Y_x) + \frac{gh\eta_x}{1+\eta_x^2} \left(1 - \frac{h\eta_{xx}}{1+\eta_x^2} \right) + \frac{\lambda}{8} (1+Y_x^2) \frac{q^2}{h^2} \left(1 + \frac{2h/B}{\sqrt{1+Y_x^2}} \right) + \frac{q^2 \Gamma \eta_{xxx}}{1+\eta_x^2} + \frac{q^2}{h} Y_x \left(\frac{\gamma_0 Y_{xx} (1+Y_x \eta_x)}{(1+\eta_x^2)(1+Y_x^2)} + \frac{\gamma_1 \eta_{xx}}{1+\eta_x^2} \right) = 0 \quad (6)$$

که در آن،
 $q =$ دبی در واحد عرض؛ $\eta =$ ارتفاع سطح آب؛ $\eta_x =$

در مجاری روباز شرایطی وجود دارد که یک یا
 چند شرط حاکم بر کاربری رابطه های سنت و نانت
 مانند توزیع هیدرواستاتیک فشار، شیب طولی کم،
 انحنای کم خطوط جریان، و منشوری بودن مقطع
 نقض می‌شود. در چنین شرایطی، رابطه های یاد
 شده کارآیی خود را از دست می‌دهند. به همین
 دلیل تلاش‌های گوناگونی برای رفع محدودیت‌های
 یاد شده صورت گرفته که منجر به توسعه رابطه های
 یک بعدی با مراتب بالا شده است (Dressler 1978;
 Steffler & Jin 1993; Castro-Orgaz & Hager
 2010; Fenton 1996; Zerihun & Fenton 2007;
 Orgaz & Hager 2009; Hager & Hutter 1984;
 Darvishi *et. al.* 2017). بوسینسک (۱۸۷۷) با
 فرض تغییر خطی انحنای خطوط جریان از بستر
 مجرا تا سطح آزاد، رابطه ای مرتبه ای برای
 پیش‌بینی پروفیل برگشت آب در کانالی با شیب کف
 طولی ثابت توسعه داد. شکل کلاسیک رابطه
 بوسینسک به صورت زیر است (Jaeger, 1957):

$$\frac{h^2 U^2}{3g} \frac{d^3 h}{dx^3} + \left(h - \beta \frac{U^2}{g} \right) \frac{dh}{dx} - \left(\frac{h^2 U^2}{2g} \right) \frac{d^2 i_b}{dx^2} - h i_b + \frac{U^2}{C_z^2} = 0 \quad (5)$$

$$(f_x)_n^{k+1} = \frac{f_{n-2}^{k+1} - 6f_{n-1}^{k+1} + 3f_n^{k+1} + 2f_{n+1}^{k+1}}{6\delta} \quad (7)$$

$$(f_{xx})_n^{k+1} = \frac{f_{n-1}^{k+1} - 2f_n^{k+1} + f_{n+1}^{k+1}}{\delta^2} \quad (8)$$

$$(f_{xxx})_n^{k+1} = \frac{-f_{n-2}^{k+1} + 3f_{n-1}^{k+1} - 3f_n^{k+1} + f_{n+1}^{k+1}}{\delta^3} \quad (9)$$

شرط مرزی بالادست به صورت تغییرات دبی با زمان در نظر گرفته شد. همچنین، برای بررسی رابطه ۴ تغییرات عمق نسبت به طول با استفاده از رابطه ۱۰ در محل عمق بحرانی محاسبه شد:

$$\left(\frac{dh}{dx}\right)_c = \frac{h_{i+1} - h_i}{\Delta x} \quad (10)$$

نتایج و بحث

در ابتدا داده‌های آزمایشگاهی جریان ماندگار روی سرریز دوزنقه‌ای با رابطه‌های اصلاح شده سنت ونانت مقایسه و در شکل ۳ ارائه شده است. در این شکل *W.S.E.* تراز سطح آب و مبدا x ابتدای کانال است. همان طور که مشاهده می‌شود، رابطه‌های اصلاح شده دارای درستی بالاتری در پیش‌بینی نیمرخ سطح آب نسبت به رابطه‌های سنت ونانت روی بستر انحنادار است.

بنابراین، رابطه‌های اصلاح شده بوسینسک برای بررسی موقعیت جریان بحرانی، حداقل تابع اندازه حرکت و حداقل انرژی مخصوص روی بستر انحنادار در جریان غیرماندگار نیز به کار می‌رود.

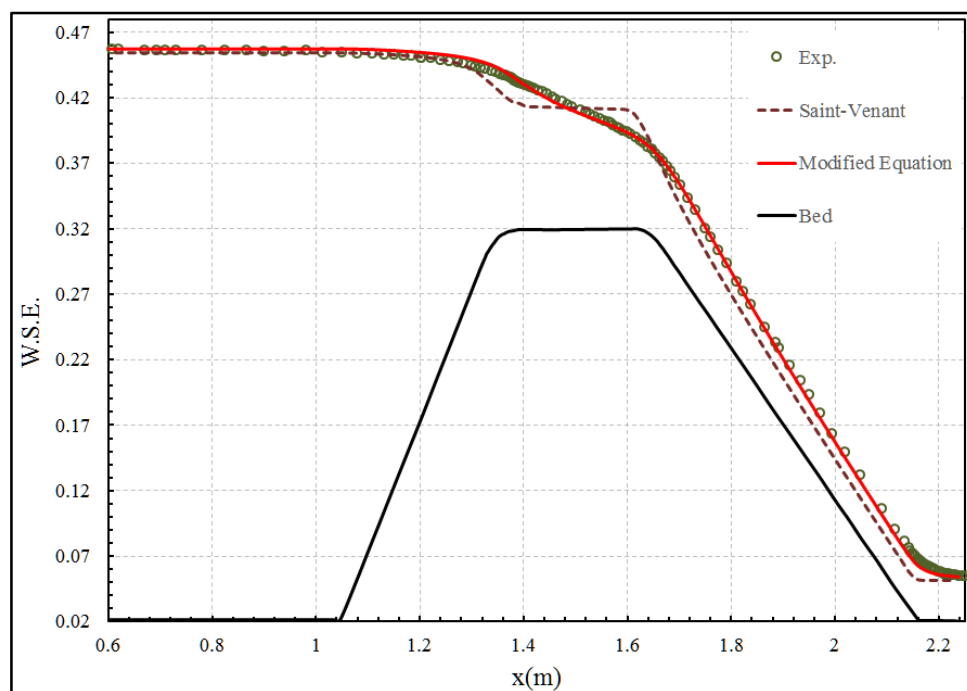
شیب رقوم سطح آب؛ η_{xx} = مشتق دوم رقوم سطح آب؛ η_{xxx} = مشتق سوم رقوم سطح آب؛ B = عرض کف کانال؛ Y = ارتفاع بستر؛ Y_x = شیب کف کانال؛ Y_{xx} = مشتق مرتبه دوم نیمرخ کف کانال؛ Γ ، γ_0 و γ_1 = مقادیر ثابت؛ و λ = ضریب ویسباخ.

آنها با صرف نظر از جمله‌های غیرماندگار، این رابطه را برای جریان ماندگار به صورت عددی حل کردند. نتایج مدل عددی را با نتایج آزمایشگاهی برای تبدیل شیب ملایم به شیب تند با شیب پایین دست ۳۰ و ۴۵ درجه و سرریز دوزنقه‌ای مقایسه کردند.

مدل عددی

امکان حل تحلیلی رابطه‌های بوسینسک محدود به موارد بسیار ساده است. بنابراین، روش‌های عددی برای پیش‌بینی خصوصیات جریان به کار می‌رود. درویشی و همکاران (Darvishi *et al.*, 2015) با قرار دادن زمان به عنوان پارامتر سعی و خطا، رابطه‌های پیوستگی و مومنتوم در جریان غیرماندگار را با ثابت نگه داشتن ارتفاع سطح آب بالادست به صورت عددی حل کردند.

شمای عددی به کار رفته توسط این محققان برای منفصل کردن جمله‌های مشتق متغیر f در نقطه n نسبت به فاصله اختلاف محدود چهار نقطه‌ای به صورت رابطه‌های زیر است:



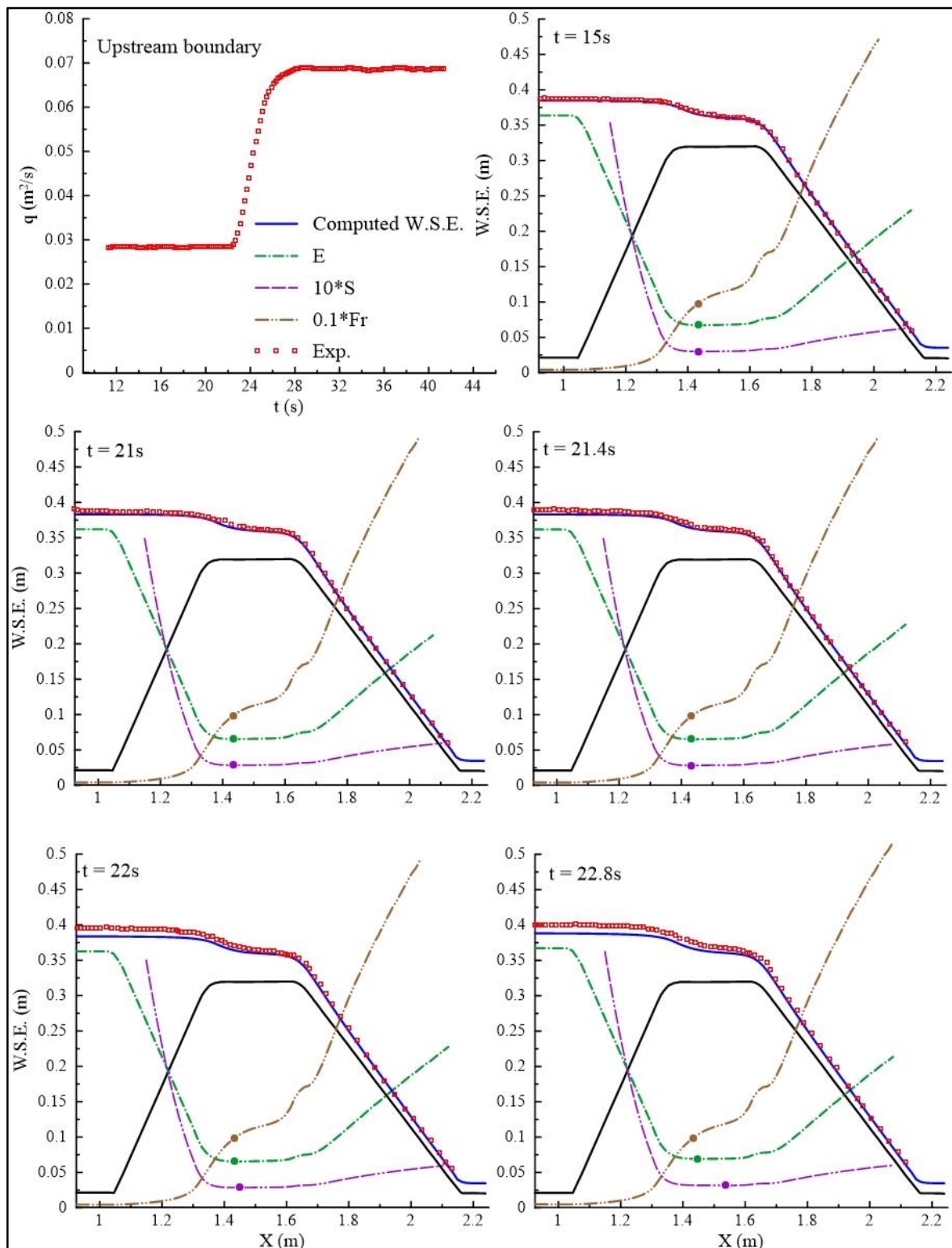
شکل ۳- مقایسهٔ نیمرخ سطح آب محاسبه شده با رابطه های سنت ونانت و بوسینسک اصلاح شده (رابطه ۶) با داده‌های آزمایشگاهی در جریان ماندگار

Fig. 3. Comparison of water surface profile calculated with St. Venant and modified Boussinesq equations (Eq. 6) with laboratory data in steady flow

این آزمایش دبی ورودی به کانال با استفاده از یک شیر از ۱۰/۵ لیتر بر ثانیه در مدت حدود ۴ ثانیه به مقدار ۲۵ لیتر بر ثانیه افزایش یافته است.

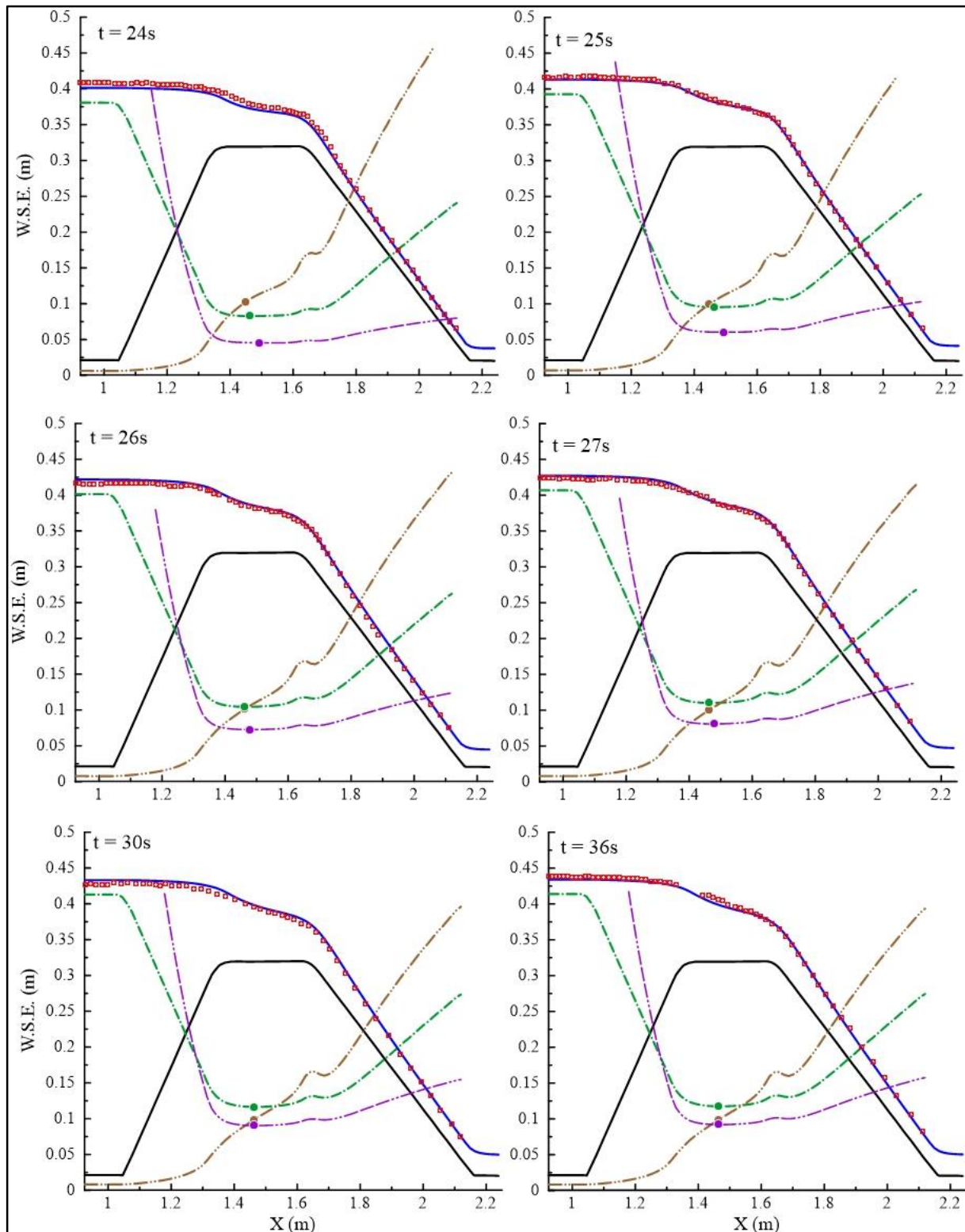
در شکل ۴ موقعیت عدد فرود برابر یک، حداقل انرژی مخصوص و حداقل تابع اندازه حرکت نیز روی نمودارها با نقطه مشخص شده است. تا قبل از شروع جریان غیرماندگار (۲۲ ثانیه) و بعد از پایان جریان غیرماندگار (۲۸ ثانیه) نتایج مدل عددی و داده‌های آزمایشگاهی بر هم کاملاً منطبق هستند. مشاهده می‌شود که موقعیت عدد فرود بحرانی، حداقل انرژی مخصوص و حداقل تابع اندازه حرکت با گذشت زمان تغییر کرده است و موقعیت این نقاط بر هم منطبق نیست. اما موقعیت عدد فرود بحرانی و حداقل انرژی مخصوص بسیار به هم نزدیک است.

برای به کار بردن تئوری حداقل انرژی مخصوص و تابع اندازه حرکت نیازمند ثبت دبی در مقاطع مختلف است. از آنجایی که ثبت دبی در مقاطع مختلف در جریان غیرماندگار با درستی "مشخص" هنوز امکان پذیر نیست و نیمرخ سطح آب محاسبه شده با رابطه های اصلاح شده دارای درستی بالایی در مقایسه با نتایج آزمایشگاهی است، بنابراین استفاده از نتایج آزمایش‌های عددی می‌تواند راه حل قابل قبولی باشد. بدین معنی که نتایج رابطه های اصلاح شده همانند داده‌های آزمایشگاهی در نظر گرفته خواهد شود. یکی از هیدروگراف‌های که برای سرریز دوزنقه‌ای در آزمایشگاه ایجاد شد، به همراه نیمرخ سطح آب اندازه‌گیری شده، انرژی مخصوص، تابع اندازه حرکت و عدد فرود محاسبه شده در زمان‌های مختلف در شکل ۴ آورده شده است. در



شکل ۴- تغییرات رقوم سطح آب، انرژی مخصوص، تابع اندازه حرکت و عدد فرود نسبت به مکان

Fig. 4. Changing of water surface elevation, specific energy, and specific force and Froude number relative to location

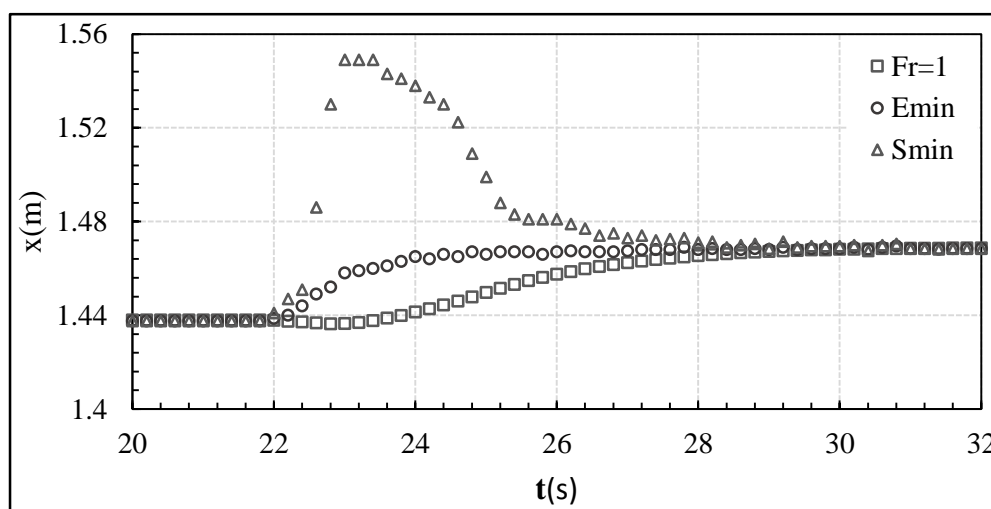


ادامه شکل ۴- نمودار تغییرات رقوم سطح آب، انرژی مخصوص، تابع اندازه حرکت و عدد فرود نسبت به مکان

Fig. 4. Changing of water surface elevation, specific energy, and specific force and Froude number relative to location

تا موقعیت آن پس از رسیدن به جریان ماندگار ثابت شود. براساس شکل ۵، موقعیت عدد فرود بحرانی و حداقل انرژی مخصوص نسبت به حداقل تابع اندازه حرکت جابه‌جایی کمتری داشته است. بنابراین تعیین موقعیت جریان بحرانی برای اندازه‌گیری جریان در شرایط غیرماندگار با استفاده از عدد فرود بحرانی و حداقل انرژی اطمینان بالاتری نسبت به حداقل تابع اندازه حرکت دارد.

برای بررسی بیشتر این سه مقدار، تغییرات موقعیت هر سه نسبت به زمان در شکل ۵ رسم شده است. در این نمودار، موقعیت حداقل تابع اندازه حرکت ابتدا دارای جابه‌جایی در جهت مثبت x بوده است اما بعد از گذشت زمان موقعیت آن به سمت بالادست حرکت می‌کند. در صورتی که موقعیت حداقل انرژی مخصوص و عدد فرود برابر یک به صورت پیوسته در جهت پایین دست حرکت می‌کند

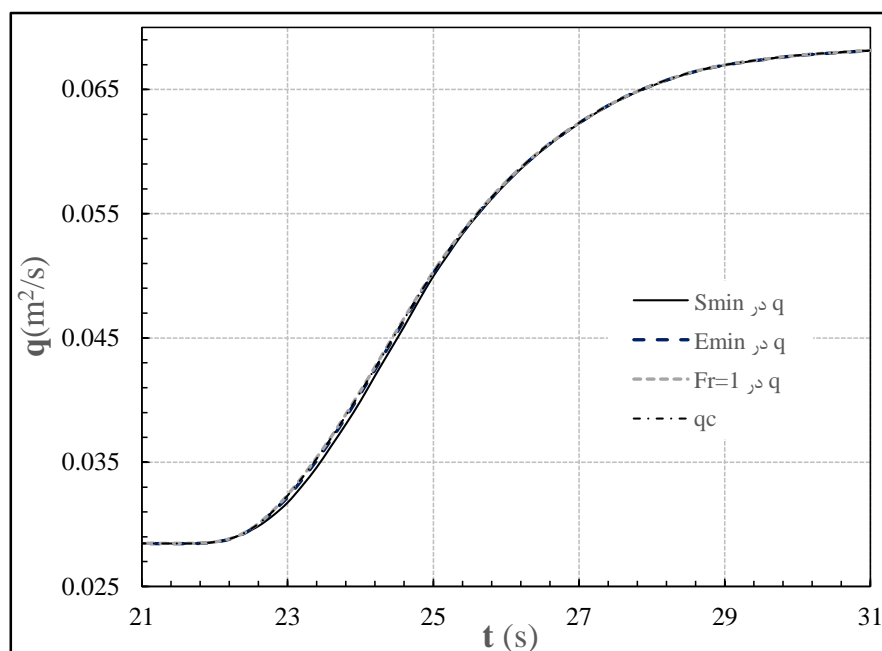


شکل ۵- موقعیت حداقل انرژی و تابع اندازه حرکت و عدد فرود برابر با یک نسبت به زمان

Fig. 5. The position of the minimum specific energy and specific force and Froude number equal to one in relation to time

حرکت برهم منطبق هستند. با محاسبه اختلاف دبی در واحد عرض این نمودار با نمودارهای دیگر در تمام گام‌های زمانی حداکثر اختلاف کمتر از ۰/۰۲ درصد است. بنابراین، می‌توان گفت که دبی در واحد عرض نسبت به مقادیر حداقل انرژی مخصوص و تابع اندازه حرکت تغییرات بسیار کمی دارد.

برای بررسی تاثیر پارامترهای یاد شده بر اندازه‌گیری دبی، تغییرات دبی در واحد عرض نسبت به زمان در محل حداقل انرژی E_{min} ، حداقل تابع اندازه حرکت S_{min} ، عدد فرود برابر یک و رابطه ۲ محاسبه و در شکل ۶ رسم شد. تمام نمودارها، به جز دبی در واحد عرض، در محل حداقل تابع اندازه

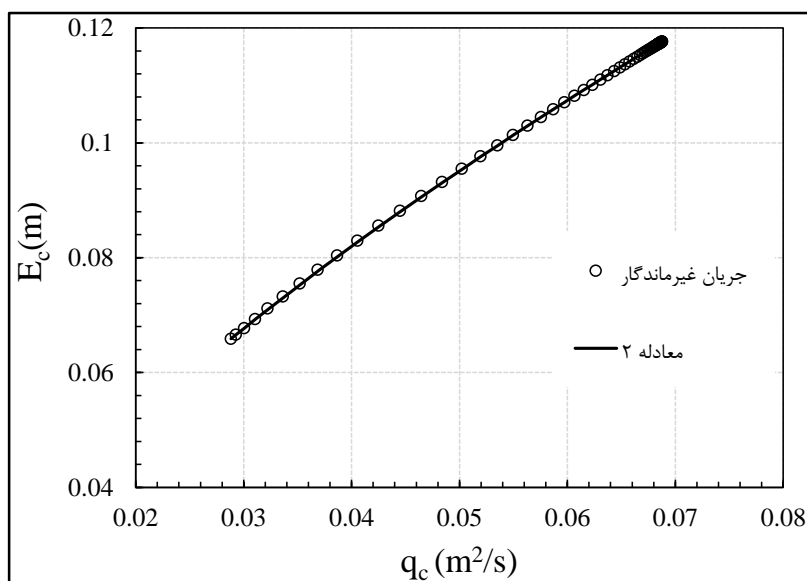


شکل ۶- تغییرات دبی در واحد عرض نسبت به زمان

Fig. 6. The change of unit discharge by time

می‌توان در گرادیان هیدروگراف‌ها جستجو کرد. گرادیان (شدت غیرماندگاری) هیدروگراف‌های مورد بررسی قاسم‌زاده و همکاران (Ghasemzadeh *et al.*, 2020) بسیار کمتر از هیدروگراف مورد بررسی در این مقاله است. با این حال بررسی رابطه دبی اشل در جریان غیرماندگار نیاز به بررسی‌های بیشتری عددی و آزمایشگاهی دارد. مقایسه نمودار شکل ۷ با نموداری که کاسترو - اورگاز و چانسون (Castro- Orgaz & Chanson 2016) ارائه داده‌اند تفاوت قابل توجهی را نشان می‌دهد. در نموداری که این محققان ارائه داده‌اند خط جریان غیرماندگار بر رابطه ۲ منطبق نیست و برای مقادیر q_c بیش از ۰/۰۴ از رابطه ۲ فاصله می‌گیرد. دلیل این اختلاف را می‌توان به رابطه‌های سنت-ونانت به کار رفته توسط آنها به‌منظور شبیه‌سازی جریان غیرماندگار مرتبط دانست.

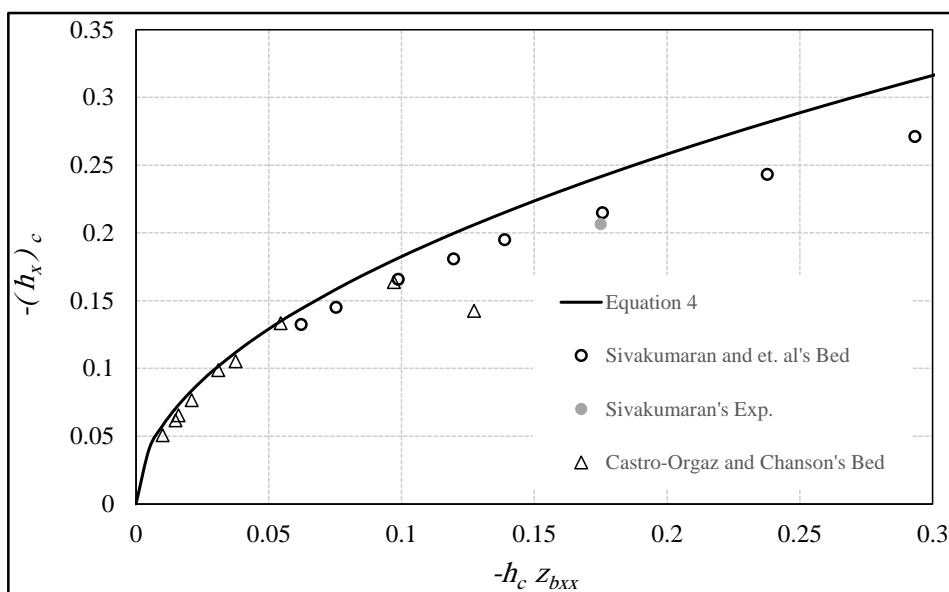
برای بررسی رابطه ۲ در جریان غیرماندگار نمودار تغییرات انرژی مخصوص در جریان بحرانی نسبت به دبی در واحد عرض و منحنی رابطه ۲ در شکل ۷ رسم شده است. این دو نمودار کاملاً برهم منطبق هستند که به این معنی است رابطه ۲ در جریان غیرماندگار نیز دبی در واحد عرض را به درستی محاسبه می‌کند. این نتایج با نتایج بررسی‌های چانسون و وانگ (Chanson & Wang 2013) منطبق است. این محققان رابطه دبی اشل را برای سرریز V-notch در جریان غیرماندگار و با افت سطح آب مخزن به‌دست آوردند و با استفاده از داده‌های آزمایشگاهی نشان دادند که رابطه دبی اشل در جریان غیرماندگار منطبق بر رابطه دبی اشل در جریان ماندگار است. اما نتایج بررسی‌های قاسم‌زاده و همکاران (Ghasemzadeh *et al.*, 2020) مطابق با رابطه دبی اشل در جریان ماندگار نیست. تفاوت را



شکل ۷- تغییرات دبی در واحد عرض نسبت به حداقل انرژی مخصوص
 Fig. 7. The change of unit discharge by minimum specific energy

مترمربع بر ثانیه مقاله سیواکوماران و همکاران (Sivakumaran *et al.*, 1983) نیز در نمودار رسم شده است. همانطور که مشاهده می‌شود، در مقادیر $-h_c Z_{bxx}$ کمتر از ۰/۰۵ داده‌ها بر نمودار رابطه ۴ منطبق است اما با افزایش این مقدار از این منحنی فاصله می‌گیرد. در این حالت، خطای نسبی حدود ۱۷ درصد است. به طوری که داده آزمایشگاهی نیز منطبق بر این منحنی نیست. همان طور که فنتون و درویشی (Fenton & Darvishi 2016) گفته‌اند این رابطه ۴ در بسیاری از مواقع نتایج درستی ارائه نمی‌کند. در حالی که کاسترو-اورگاز و چانسون (Castro-Orgaz & Chanson 2016) این رابطه را برای مقادیر $-h_c Z_{bxx}$ کمتر از ۰/۱۵ معتبر دانسته‌اند.

در شکل ۸، تغییرات شیب عمق در محل عمق بحرانی $(-h_x)_c$ نسبت به حاصل ضرب عمق بحرانی در مشتق دوم نیمرخ بستر $-h_c Z_{bxx}$ رسم شده است. رابطه‌های جریان غیرماندگار با ثابت‌نگه‌داشتن دبی در بالادست روی بسترهای مورد بررسی در مقاله-های (Sivakumaran *et al.*, 1983) و (Castro-Orgaz & Chanson 2016) در دبی‌های مختلف، نیمرخ سطح آب محاسبه شد. با استفاده از داده‌های نیمرخ سطح آب شیب عمق در محل عمق بحرانی به دست آمد. همچنین، رابطه ۴ نیز در نمودار رسم شده است. روی بستر (Castro-Orgaz & Chanson 2016) خطای نسبی برآورد $(-h_x)_c$ با استفاده از رابطه ۴ از ۸/۵ درصد تا ۱۷/۵ درصد متغیر است. داده مربوط به دبی در واحد عرض ۰/۰۳۵۵۹



شکل ۸- شیب سطح آب در مقطع کنترل
Fig. 8. Water surface slope at control section

حداقل انرژی مخصوص کاملاً بر هم منطبق است. اما لازم است هیدروگراف‌های دیگری مانند هیدروگراف افزایشی و کاهش‌ی نیز بررسی شود. رابطه دبی در واحد عرض و انرژی مخصوص در جریان بحرانی بررسی شد. نتایج این بررسی نشان داد که این مقادیر منطبق بر رابطه جریان ماندگار است. به عبارتی رابطه جریان ماندگار برای هیدروگراف ایجاد شده قابلیت کاربرد در جریان غیرماندگار را دارد. همچنین روش نقطه تکین^۱ در جریان ماندگار روی بستر با توپوگرافی‌ها مختلف بررسی گردید. مقادیر محاسباتی تنها برای $-h_c Z_{bxx}$ کمتر از ۰/۰۵ روی منحنی قرار گرفت. با توجه به این محدودیت می‌توان گفت این رابطه برای مسائل عملی کاربرد ندارد و برای مقادیر بسیار محدودی درست است.

نتیجه‌گیری

در برآورد دبی سیلاب‌ها، رابطه دبی اشل در جریان غیرماندگار اهمیت دارد. پژوهش‌های آزمایشگاهی و عددی در این زمینه بسیار اندک است. در این پژوهش موقعیت جریان بحرانی، حداقل انرژی مخصوص و حداقل تابع اندازه حرکت در جریان غیرماندگار با هیدروگراف ورودی افزایشی روی سرریز دوزنقه‌ای لبه‌پهن بررسی شد. موقعیت جریان بحرانی و حداقل انرژی مخصوص به صورت پیوسته در جهت طول افزایش یافته است. اما موقعیت تابع اندازه حرکت ابتدا افزایش و پس از آن کاهش پیدا کرد. با وجود اینکه این سه پارامتر هم‌مکانی ندارند، دبی در واحد عرض در موقعیت آنها دارای تغییرات بسیار جزئی بوده است به طوری که نمودار دبی در واحد عرض محل عمق بحرانی و

مراجع

- Abramowitz, M., and Stegun, I. A. (1965). *Handbook of Mathematical Functions*, Dover, New York.
- Bhallamudi, S. M., and Chaudhry, M. H. (1992). Computation of flows in open-channel transitions. *Journal of Hydraulic Research*, 30(1), 77-93.
- Castro-Orgaz, O., and Chanson, H. (2016). Minimum Specific Energy and Transcritical Flow in Unsteady Open-Channel Flow. *Journal of Irrigation and Drainage Engineering*, 142(1), 04015030.
- Castro-Orgaz, O., & Hager, W. H. (2009). Curved-Streamline Transitional Flow from Mild to Steep Slopes. *Journal of Hydraulic Research*, 47 (5), 574-584.
- Castro-Orgaz, O., & Hager, W. H. (2010). Moment of Momentum Equation for Curvilinear Free-Surface Flow. *Journal of Hydraulic Research*, 48 (5), 620-631.
- Chanson, H., & Wang, H. (2013). Unsteady discharge calibration of a large V-notch weir. *Flow Measurement and Instrumentation*, 29, 19-24.
- Darvishi, E., Fenton, J., & Kouchakzadeh, S., (2017). Boussinesq equations for flows over steep slopes and structures, *Journal of Hydraulic Research*, 55(3), 324-337.
- Darvishi, E., Kouchakzadeh, S., Fenton, J., & Horfar, A. (2015). Application of Modified Boussinesq Equations in Predicting Discharge Coefficients of Trapezoidal Broad Crest Weirs and Producing Rating Curves. *Water and Soil Science*, 25(2), 155-164. (In Farsi)
- Dressler, R. F. (1978). New Nonlinear Shallow-Flow Equations with Curvature. *Journal of Hydraulic Research*, 16 (3), 205-222.
- Escoffier, F. F. (1958). Transition Profiles in Nonuniform Channels. *Transactions of the American Society of Civil Engineers*, 123(1), 43-56.
- Fenton, J. D. (1996). Channel flow over curved boundaries and a new hydraulic theory. Proc., Proceedings of 10th Congress of Asia and Pacific Division of the International Association for Hydraulic Research, 26-29 Aug., Langkawi, Malaysia, pp. 266-273.
- Fenton, J. D., & Darvishi, E. (2016). Discussion of "Minimum Specific Energy and Transcritical Flow in Unsteady Open-Channel Flow" by Oscar Castro-Orgaz and Hubert Chanson. *Journal of Irrigation and Drainage Engineering*, 142(10), 07016014.
- Fenton, J. D., & Zerihun, Y. T. (2007). A Boussinesq approximation for open channel flow. Proc., 32nd Congress IAHR, 2-6 July, Venice.
- Gharangik, A. M., & Chaudhry, M. H. (1991). Numerical simulation of hydraulic jump. *Journal of Hydraulic Engineering*, 117(9), 1195-1211.
- Ghasemzadeh, F., Kouchakzadeh, S., and Belaud, G. (2020). Unsteady Stage-Discharge Relationships for Sharp-Crested Weirs. *Journal of Irrigation and Drainage Engineering*, 146(6), 04020009.
- Hager, W., & Hutter, K. (1984). Approximate treatment of plane channel flow. *Acta Mechanica*, 51(1), 31-48.
- Jain, S. C. (2001). *Open channel flow*, Wiley, New York.
- Liggett, J. A. (1993). Critical Depth, Velocity Profiles, and Averaging. *Journal of Irrigation and Drainage Engineering*, 119(2), 416-422.
- Mohapatra, P., & Chaudhry, M. (2004). Numerical solution of Boussinesq equations to simulate Dam-Break flows. *Journal of Hydraulic Engineering*, 130(2), 156-159.
- Sivakumaran, N. S., Tingsanchali, T., & Hosking, R. J. (1983). Steady shallow flow over curved

beds. *Journal of Fluid Mechanics*, 128, 469-487.

Zerihun, Y. T., & Fenton, J. D. (2006). One-Dimensional Simulation Model for Steady Transcritical Free Surface Flows at Short Length Transitions. *Advances in Water Resources*, 29(11), 1598-1607.

Zerihun, Y. T., & Fenton, J. D. (2007). A Boussinesq-Type Model for Flow over Trapezoidal Profile Weirs. *Journal of Hydraulic Research*, 45(4), 519-528.

Investigation of The Position of Control Section in Steady and Unsteady Flow Using Numerical Model and Laboratory Data

E. Darvishi*, S. Kouchakzadeh

* Corresponding Author: Assistant Professor, Department of Water Engineering, College of Agriculture, Razi University, Kermanshah, Iran. Email: e.darvishi@razi.ac.ir

Received: 26 April 2021, Accepted: 23 July 2021

Introduction

In steady flow, the minimum specific energy and the specific force occur at critical depths. But will it be the same in the unsteady flow? In this research, using laboratory data of water surface profile, the correctness of these equations in unsteady flow and the location of critical flow, minimum specific energy and specific force will be investigated.

Methodology

Laboratory equipment

The experiments were performed in a channel with a width of 0.37 m, a height of 0.6 m and a length of 3 m made of Plexiglas with a thickness of 2 cm located in the hydraulic laboratory of the Technical University of Vienna.

Due to the importance of bed slope, especially in different water measurement structures, Darvishi et al. (2017) attempted to correct the Boussinesq equations Eq (6).

Numerical model

The numerical scheme used by Darvishi et al. (2015) to separate the derivative term of the variable f at point n from the distance of the four-point finite difference. The upstream boundary condition was considered as the flow discharge changes with time. This hydrograph was used as an upstream boundary condition in the unsteady flow.

Results and Discussion

In Figure 5, the position of the minimum specific force, initially has a displacement in the positive direction x , but over time, its position moves upward. While the position of the minimum specific energy and critical flow is constantly moving downstream to stabilize its position after reaching a steady flow. Therefore, determining the critical flow position to measure the flow in unsteady flow using the critical Froude number and minimum energy has a higher confidence than the minimum specific force. In order to investigate Equation 2 in the unsteady flow, the diagram of the changes of specific energy changes in the critical flow relative to the unit discharge is plotted in Figure 7. These two graphs are exactly the same, which means that Equation 2 in the unsteady flow also calculates the unit discharge correctly. These results are consistent with the results of Chanson and Wang 2013. A comparison of this chart with the chart provided by Castro-Orgaz and Chanson 2016 shows a significant difference. In their diagram, the unsteady flow line does not correspond to Equation 2 and for q_c greater than 0.04 it deviates from Equation 2. The reason for this discrepancy can be related to the Saint-Venant equations used by them to simulate unsteady flows.

Figure 8 shows the changes in the depth slope at the critical depth $(-h_x)_c$ relative to the product of the critical depth multiplied by the curvature of the bed $h_c z_{bxx}$. Equation 4 is also plotted in the diagram. According to Castro-Orgaz and Chanson 2016 the relative error of estimation $(-h_x)_c$ using Equation 4 varies from 8.5% to 17.5%. For unit discharge of 0.03559 m²/s in paper by Sivakumaran et al. 1983 is also plotted on the chart. As can be seen, at values $-h_c z_{bxx}$ less than 0.05, the data correspond to the graph of Equation 4, but with increasing this value, it moves away from this curve. In this case, the relative error is about 17%. So that the laboratory data

does not match this curve. As Fenton and Darvishi 2016 have stated, Equation 4 often does not provide the right results. While Castro-Orgaz and Chanson 2016 have considered this Equation valid for values $-h_c z_{bxx}$ less than 0.15.

Conclusions

The position of the critical Froude number, the minimum specific energy, and the specific force on the trapezoidal broad-crest for the inlet incremental hydrograph to channel were investigated using the numerical solution of the modified Boussinesq equation and laboratory data. The results showed that the position of the minimum specific energy and the critical Froude number move in a short distance from each other and continuously in the direction of flow. While the position of the specific force, first moves in the forward direction and after a while in the opposite direction of the flow. The unit discharge is very close to each other in all three positions, and in the minimum specific energy and the critical Froude number are exactly the same. Specific energy was also plotted in critical flow versus unit discharge. This diagram is completely consistent with the specific energy relationship in the steady critical flow. In order to judge this relationship more accurately, it is necessary to examine hydrographs with different shapes. The singular point relationship for different beds in the steady flow was also investigated. This relationship has a good accuracy for values less than 0.05 times the product of the second order differential of the bed at critical depth on the studied beds. At values higher than this, there is a relative error of up to 18%.

Keywords: Froude number, singular point, curved bed, minimum specific energy, minimum specific force.