

برآورد دبی جریان در فلوم‌های با تنگ‌شدگی مثلثی شکل با استفاده از روش‌های یادگیری ماشین

محمد رضا زایری*

* استادیار گروه سازه های آبی، دانشکده مهندسی آب و محیط زیست، دانشگاه شهید چمران اهواز، اهواز، ایران.
تاریخ دریافت: ۱۴۰۲/۰۵/۰۷ تاریخ پذیرش: ۱۴۰۲/۰۶/۱۹

چکیده

فلوم‌های گلو بریده که نوعی پارشال فلوم بدون بخش طولی گلوگاه می‌باشند، به‌عنوان ابزارهایی ساده و کارآمد نقش بسزایی جهت اندازه‌گیری دبی جریان در کانال‌های روباز محسوب می‌شوند. نصب ساده، هزینه راه اندازی پایین و دقت بسیار مناسب در اندازه‌گیری میزان دبی جریان از ویژگی‌های مهم این نوع از سازه‌هاست. در این پژوهش از نتایج آزمایشگاهی به دست آمده از سازه فلوم گلو بریده که با قرار دادن دو صفحه مثلثی در دو طرف دیواره‌های کناری یک کانال مستطیلی و تشکیل مقطع مستطیلی و دوزنقه ای به کار گرفته شد، جهت توسعه مدل‌های یادگیری ماشین مورد بررسی قرار گرفت. به منظور برآورد دبی جریان در این نوع از کانال‌ها از مدل‌های شامل دسته‌بندی گروهی داده‌ها (GMDH)، ماشین بردار پشتیبان (SVM) و جنگل تصادفی (RF) استفاده گردید. بدین منظور از پارامترهای هندسی و هیدرولیکی شامل عرض تنگ‌شدگی در محل سازه، شیب‌های افقی و عمودی دیواره‌های مثلثی شکل، عمق نسبی جریان به‌عنوان متغیر ورودی استفاده و دبی به‌عنوان متغیر خروجی (پاسخ) در نظر گرفته شد. نتایج نشان داد که مقدار آماره ریشه میانگین مربعات خطا (RMSE) برای مدل‌های مبتنی بر SVM، GMDH و RF به ترتیب، ۰/۰۳۳، ۰/۰۱۶ و ۰/۰۲۰ و مقدار آماره ضریب تعیین (R^2) به ترتیب، ۰/۸۰۵، ۰/۹۵۱ و ۰/۹۰۰ به دست آمد. مقایسه بین تحقیقات گذشته و نتایج حاضر حاکی از برتری عملکرد مدل مبتنی بر SVM نسبت به سایر مدل‌های توسعه یافته بود. عمق آب به عرض مقطع تنگ شده به‌عنوان مهم‌ترین داده ورودی مدل‌ها توسعه یافته شناسایی شد. همچنین افزایش تعداد ساختار درخت تصمیم به بیش از ۱۲ عدد در دقت عملکرد مدل مبتنی بر RF، تغییر محسوسی نداشت.

واژه‌های کلیدی

جنگل تصادفی، فلوم‌های گلو بریده، شبکه‌های آبیاری، دسته‌بندی گروهی داده‌ها، ماشین بردار پشتیبان

مقدمه

شبکه‌های آبیاری است و تأثیر بسیار مهمی بر تخصیص آب آبیاری دارد و آگاهی از آن، صرفه‌جویی در مصرف آب در بین کشاورزان را تقویت می‌کند. ونگ (Wang, 2005) نتیجه گرفت که از بین دستگاه‌های اندازه‌گیری دبی جریان موجود، فلوم‌ها در کانال‌های باز به دلیل عدم رسوب‌گذاری و دقت بالا مناسب‌تر و به‌راحتی قابل استفاده هستند. فلوم‌های ونتوری سازه‌های هستند که به طور گسترده‌ای برای اندازه‌گیری دبی جریان در شبکه‌های آبیاری استفاده می‌شود. فلوم‌های ونتوری^۱ یک انقباض موضعی دارند که ممکن است در شکل‌های مختلف ساخته شوند و دبی عبوری از کانال روباز را می‌تواند بسیار دقیق

در حال حاضر، بحران کمبود آب به‌شدت بیشتر و جدی‌تری می‌شوند و بخش کشاورزی بیش از ۷۰ درصد از منابع آب موجود در جهان را مصرف می‌کند (Galan et al., 2017). بنابراین، تخصیص بهینه آب برای آبیاری کشاورزی به‌صورت کارآمد یک مسئله بحرانی در مدیریت آبی کشاورزی است (Valipour, 2013). مناطق زیادی برای انتقال آب از سرچشمه‌ها به مزرعه به منظور آبیاری از کانال‌های باز استفاده می‌کنند. معمولاً نرخ حجمی آب در امتداد کلنال، یعنی دبی جریان، بیلید مشخص شود. اندازه‌گیری دقیق دبی یک پارامتر مهم در مدیریت

1- Venturi flume

<https://doi.org/10.22092/IDSER.2023.363054.1549>

نگارنده مسئول: [Email: m.zayri@scu.ac.ir](mailto:m.zayri@scu.ac.ir)

می‌دهد که عدد فرود و سرعت متوسط طولی در طول مقطع همگرایی افزایش و در مقطع واگرا کاهش یافته است. در بالادست مقطع تنگ‌شدگی، عدد فرود کمتر از ۰/۵ بوده که نیاز اندازه‌گیری دبی جریان را برآورده می‌کند و پس از آن در مقطع تنگ شده جریان بحرانی ظاهر می‌شود. ماتوک و ابراهیم (Maatooq and Ibraheem, 2023) به بررسی آزمایشگاهی دبی عبوری از فلوم‌های بدون گلوگاه با اندازه‌های مختلف مقطع پرداختند. نتایج آنان نشان می‌دهد در شرایط جریان مستغرق رابطه پیشنهادی آنان می‌تواند میزان دبی جریان را با خطای کمتر از ۸ درصد پیش‌بینی نماید. کیتراکار و همکاران (Chitrakar et al., 2018) به بررسی اثر شیب بستر بر میزان دقت منحنی دبی اشکل فلوم‌های بدون گلوگاه پرداختند. نتایج نشان داد که تحت شرایط جریان آزاد، شیب‌های بستر افقی در بازه صفر تا دو درصد به طور قابل توجهی بر منحنی دبی اشکل این نوع از فلوم‌ها تأثیر معناداری ندارند. تکتا و همکاران (Tekade et al., 2016) به بررسی آزمایشگاهی دبی عبوری از فلوم‌های بدون گلوگاه تحت شرایط جریان فوق بحرانی پرداختند. رابطه ریاضی پیشنهادی آنان نشان می‌دهد که با استفاده از انرژی کل بالادست مقطع تنگ‌شدگی می‌توان با ضریب تعیین (R^2) ۰/۹۹ مقدار دبی عبوری را محاسبه نمود. بوهریا و همکاران (Bhoria et al., 2021) به روش آزمایشگاهی و همچنین با به‌کارگیری مدل GMDH و مدل رگرسیونی کمانک تطبیقی چندمتغیره (MARS) و با تغییرات مختلف هندسه پارشال فلوم به ارزیابی میزان هوادهی جریان پرداختند. نتایج آنان نشان می‌دهد که مدل MARS که یک الگوی تکه‌ای خطی کمانکی است و در برون‌یابی دقت بیشتری دارد با ترکیب ورودی نسبت عرض گلوگاه به طول گلوگاه (W/L)، نسبت ارتفاع برآمدگی انتهایی به طول گلوگاه (S/L) و عدد فرود عملکرد بهتری نسبت به سایر ترکیب‌های ورودی با شاخص آماره ریشه حداقل مربعات خطا، ۰/۰۰۲ و میانگین قدرمطلق

محاسبه نمایند. بخش طولی فلوم‌های ونتوری یا دارای یک شیب ثابت است یا پایین‌دست کانال دارای یک برآمدگی است. فلوم ونتوری با ورودی قوسی شکل به‌عنوان فلوم خاکی^۱ نامیده می‌شوند. مونتانا فلوم^۲ نیز یک فلوم بدون واگرایی دیوارهای پایین‌دست است (Willeitner et al., 2012). ساخت فلوم‌های چندضلعی ساده‌تر از فلوم‌های منحنی شکل هستند و به دلیل شکل هندسی فلوم اجرا و پیاده‌سازی آنها ارزان‌تر خواهد بود. فلوم‌های ونتوری از سه بخش همگرا، مقطع تنگ شده (گلوگاه) و مقطع واگرا تشکیل می‌شود. این سازه طوری طراحی می‌گردد که در گلوگاه، جریان بحرانی تشکیل شود، به همین دلیل به‌عنوان وسیله اندازه‌گیری دبی جریان به کار می‌روند. پارشال فلوم یک نوع از ونتوری فلوم‌ها می‌باشد که علاوه بر تغییرات عرضی، تغییراتی در کف مجرا داده می‌شود و به طور وسیعی کاربرد دارد. بر اساس قسمت گلوگاه پارشال فلوم، فلوم‌ها را نیز می‌توان به فلوم‌های بدون گلوگاه^۳ و فلوم با گلوگاه بلند^۴ (با خطوط جریان موازی در قسمت تنگ‌شدگی) طبقه‌بندی کرد. فلوم بدون گلوگاه دارای یک بستر کاملاً مسطح بوده بنابراین می‌تواند به راحتی ساخته و بر روی بستر اصلی کانال آبیاری قرار گیرد. شرایط جریان بحرانی در پارشال فلوم با اعمال انقباض مقطع و پایین بردن کف فلوم به دست می‌آید، با این حال، در یک فلوم بدون گلوگاه تنها با استفاده از انقباض مقطع به شرایط جریان بحرانی می‌توان دست یافت. فلوم بدون گلوگاه اولین بار توسط سوگربو و هیات (Skogerboe and Hyatt, 1967) توسعه داده شدند.

به منظور افزایش دقت اندازه‌گیری دبی جریان بدون افت انرژی آب در این نوع از فلوم‌ها اعم از پارشال فلوم ساده یا بدون گلوگاه، تا کنون مطالعات آزمایشگاهی و عددی بسیاری صورت گرفته است. برای مثال ران و همکاران (Ran et al., 2018) به بررسی عددی الگوی جریان در فلوم اندازه‌گیری دبی جریان بدون گلوگاه با استفاده از مدل FLOW-3D پرداختند. نتایج آنان نشان

3 Cutthroat flume
4 long-throated flume

1 Khafagi flume
2 Montana flume

بررسی مروری بر پیشینه موضوع نشان می‌دهد که مطالعه هیدرولیک جریان در فلوم‌های بدون گلوگاه به منظور اندازه‌گیری دبی جریان عمدتاً بر اساس تحقیقات آزمایشگاهی و یا به صورت عددی انجام گرفته است و مدل‌سازی آماری پیشرفته نظیر روش‌های یادگیری ماشین جهت تفسیرپذیری روابط پیشنهادی دبی عبوری جریان مورد توجه واقع نشده است که این مهم با پیچیده شدن هندسه مقطع و تنگ‌شدگی مثلثی شکل با شیب‌های مختلف نیازمند مطالعه بیشتر بوده است تا علاوه بر ارائه روابط دقیق غیرخطی، سهم پارامترهای مهم ورودی در فرمول‌بندی مشخص و معین گردد، لذا در این تحقیق به توسعه مدل‌های مبتنی بر دسته‌بندی گروهی داده‌ها (GMDH)، مدل ماشین بردار پشتیبان (SVM) و الگوریتم جنگل تصادفی (RF) در زبان برنامه‌نویسی پایتون جهت برآورد دبی جریان در فلوم‌های بدون گلوگاه با تنگ‌شدگی مثلثی شکل پرداخته شد.

خطا، $0/0015$ جهت پیش‌بینی میزان هوادهی جریان خواهد داشت. سنگیتا و همکاران (Sangeeta et al., 2021) به توسعه مدل یادگیری ماشین برای پیش‌بینی بازده هوادهی جریان در پارشال فلوم پرداختند. آنان از مدل‌های یادگیری ماشین K-نزدیک‌ترین همسایگان (KNN)، جنگل تصادفی (RF) و درخت تصمیم (DT) جهت پیش‌بینی پارامتر مذکور استفاده نموده‌اند. نتایج آنان نشان داد که مدل مبتنی بر KNN با متغیرهای ورودی (W/L, S/L و عدد فرود) بهترین عملکرد با مقدار آماره $0/002$ $R^2_{testing}=0/929$ و $RMSE_{testing}=\text{همکاران (Saran et al., 2020) به توسعه رابطه جهت پیش‌بینی میزان دبی عبوری از پارشال فلوم با ابعاد هندسی مختلف با استفاده از رگرسیون چندمتغیره پرداختند. نتایج آنان نشان داد که رابطه پیشنهادی بادقت قابل‌قبولی در شاخص‌های آماره $0/338$ $RMSE_{testing}=0/976$ می‌تواند میزان دبی عبوری را برآورد نماید.$

مواد و روش‌ها

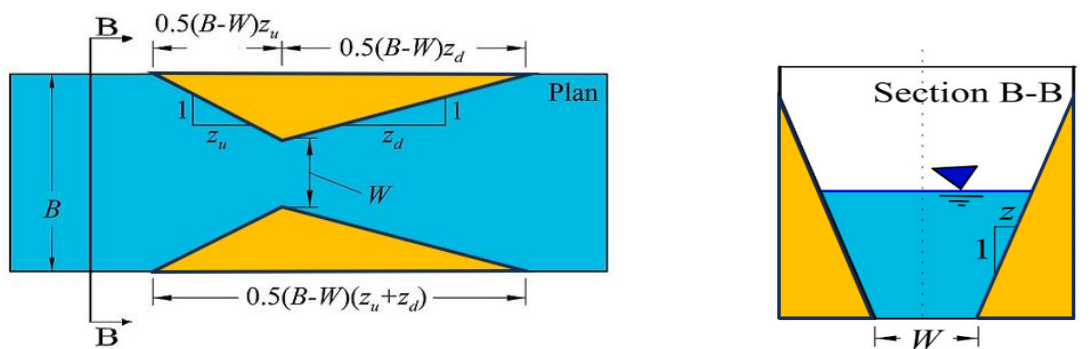
فلوم اندازه‌گیری دبی جریان با گلوگاه مثلثی‌ای شکل

از این رو در (2023; Yarahmadi and Vatankhah, 2021) مطالعه حاضر برای توسعه مدل‌های SVM، GMDH و RF، پنج پارامتر ورودی بدون بعد در رابطه ۱ به دست آمده از آنالیز ابعادی مطابق با تحقیقات آزمایشگاهی در نظر گرفته شد.

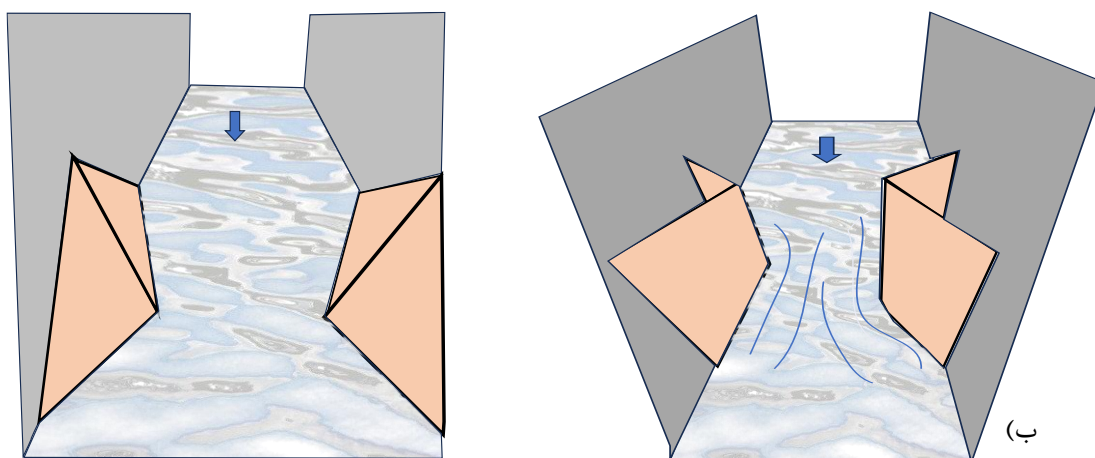
$$\frac{Q}{W\sqrt{gh^3}} = \psi\left(\frac{W}{B}, \frac{h}{W}, Z, Z_u, Z_d\right) \quad (1)$$

که در آن Q دبی جریان (مترمکعب بر ثانیه)، W عرض تنگ‌شدگی (متر)، B عرض فلوم (متر)، h عمق جریان بالادست (متر)، Z، Z_d و Z_u به ترتیب شیب عمودی، شیب افقی پایین‌دست و شیب افقی بالادست سازه در گلوگاه می‌باشند که در شکل ۱ نشان داده شده است. مشخصات آماری داده‌های بدون بعد جمع‌آوری‌شده در جدول ۱ ارائه شده است.

نمایی از فلوم اندازه‌گیری دبی جریان با گلوگاه مثلثی در شکل ۱ نشان داده شده است. نتایج آزمایشگاهی مورد استفاده در این تحقیق در دو فلوم مختلف یکی با عرض ثابت $0/463$ متر ارتفاع $0/6$ متر و طول 6 متر و دیگری با عرض $0/25$ متر، ارتفاع $0/5$ و طول 12 متر در آزمایشگاه هیدرولیک گروه مهندسی آبیاری دانشگاه تهران صورت پذیرفت. نشان داده شده است که دبی جریان عبوری از گلوگاه مثلثی با عرض تنگ‌شدگی در محل سازه، شیب‌های افقی و عمودی دیواره‌های مثلثی شکل، عمق نسبی جریان مرتبط است لذا داده‌های مرتبط با پارامترهای نامبرده شده جمع‌آوری گردید (Aali and Vatankhah, 2021).



(الف)



(ب)

شکل ۱- الف) پارامترهای هندسی فلوم و ب) نمایی از دو صفحه مثلثی با شیب دیواره مختلف (Yarahmadi and Vatankhah, 2021).
 Fig. 1- a) Geometric parameters of the flume and b) A view of the measurement Discharge Flume with varying slope walls (Yarahmadi and Vatankhah, 2021).

جدول ۱- آماره های توصیفی داده های تخصیص داده شده در مرحله آموزش و اعتبارسنجی مدل های محاسبات نرم

Table 1- Statistical characteristics of data assigned to Training and Test soft computing models

مرحله	Range	W/B	Z	Z_u	Z_d	h/W	$\frac{Q}{W\sqrt{gh^3}}$
آموزش	کمینه	0.336	0	0.9	1.7	0.146	0.506
	بیشینه	1.014	0.48	3	6.3	3.06	0.929
	میانگین	0.587	0.082	1.814	3.740	0.984	0.728
	انحراف معیار	0.160	0.168	0.873	1.877	0.628	0.078
اعتبارسنجی	کمینه	0.336	0	0.9	1.7	0.186	0.537
	بیشینه	1.096	0.48	3	6.3	3.261	0.880
	میانگین	0.617	0.069	1.726	3.563	1.012	0.727
	انحراف معیار	0.187	0.159	0.87	1.865	0.696	0.077

مدل دسته‌بندی گروهی داده‌ها

مهم‌ترین کاربردهای این روش می‌توان به برآورد آبشستگی اطراف پایه پل، پایین‌دست پرتاب‌کننده جامی شکل، ضریب دبی سازه‌های اندازه‌گیری جریان مانند انواع سرریزها اشاره نمود (Parsaie et al., 2018; Najafzadeh and Mahmoudi, 2019). در واقع، الگوریتم GMDH برای ارزیابی رفتارهای محیطی سیستم‌های غیرخطی با پیچیدگی بالا به کار برده می‌شود. ایواخنکو با استفاده از چندجمله‌ای کولموگروف-گابور، تئوری GMDH را گسترش داد. ارتباط بین پارامترهای ورودی و خروجی هر سیستم را می‌توان با سری توابع ولترا که مشابه با چندجمله‌ای گسسته شده کولموگروف-گابور است، به صورت زیر بیان کرد.

$$y = a_0 + \sum_{i=1}^m a_i x_i + \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^m a_{ijk} x_i x_j + \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^m \sum_{k=1}^m a_{ijk} x_i x_j x_k + \dots \quad (1)$$

ساختار نوع پرسپترون دارای دقت بیشتری است زیرا در الگوریتم GMDH محاسبات انجام‌شده در هر نرون به صورت داده‌های مفید و غیرمفید طبقه‌بندی می‌شوند. ساختار GMDH در قالب یک شبکه جلو رونده چندلایه از تعدادی نرون‌های پشتیبان ایجاد می‌شود. هر نرون حداقل دارای دو ورودی است. ارتباط بین متغیرهای ورودی و خروجی در هر نرون با استفاده از تابع محرک به صورت یک چندجمله‌ای خطی یا غیرخطی می‌تواند باشد، که به صورت زیر بیان می‌شود.

$$y = O(x_1, x_2) = a_0 + a_1 x_1 + a_2 x_2 + a_3 x_1^2 + a_4 x_2^2 + a_5 x_1 x_2 \quad (3)$$

می‌شوند. انتخاب نرون‌های برتر که دارای بهترین ویژگی می‌باشند بر اساس معیارهای خارجی که می‌توانند خطای موجود در هر نرون را ارزیابی کنند، صورت می‌گیرد. در مدل GMDH برای ایجاد چندجمله‌ای‌های درجه ۲ در نرون‌های لایه اول، ترکیب‌های دوتایی پارامترهای ورودی در نظر گرفته می‌شوند. اگر تعداد شبکه GMDH دارای P پارامتر ورودی باشد، تعداد نرون‌های لایه اول برابر با

الگوریتم دسته‌بندی گروهی داده‌ها (GMDH) اولین بار توسط ایواخنکو (Ivakhnenko, 1971) جهت تحلیل سیستم‌ها با درجات پیچیدگی بالا ارائه شد. مدل پیشنهادی ایواخنکو دارای لایه‌های ورودی، میانی و لایه خروجی است. این الگوریتم به لحاظ ساختاری شبیه شبکه‌های عصبی مصنوعی چندلایه و الگوریتم‌های داده‌کاوی است با این تفاوت که تعداد لایه‌ها و نرون‌ها توسط معیاری از پیش تعیین‌شده، مشخص می‌شود. الگوریتم GMDH در حل مسائل مختلف مهندسی هیدرولیک به طور گسترده‌ای استفاده شده است. از

که در آن $X = (x_1, x_2, \dots, x_m)$ و $A = (a_0, a_1, a_2, \dots, a_m)$ به ترتیب بردارهای پارامترهای ورودی و ضرایب وزنی هستند. او با استفاده از عملکرد شبکه‌های عصبی پرسپترون چندلایه، یک چندجمله‌ای درجه ۲ برای هر زوج پارامتر ورودی پیشنهاد داد. همچنین او عنوان کرد که یک چندجمله‌ای درجه دوم می‌تواند در طی عملکرد شبکه‌های پرسپترون باعث تشکیل چندجمله‌ای کولموگروف-گابور شود. این روش مقایسه با

a_0 تا a_5 ضرایب چندجمله‌ای هستند. در اغلب مطالعات مهندسی از رابطه (۳) جهت مدل‌سازی پدیده‌ها استفاده می‌شود. الگوریتم GMDH بر اساس اصل تکامل توسعه یافته است که در آن فرآیندهایی نظیر تولید نسل و انتخاب نرون‌های برتر در هر لایه دخالت دارند. در اولین لایه، نرون‌ها توسط ترکیب پارامترهای ورودی ایجاد می‌شوند و در لایه دوم آن‌ها به نرون‌های برتر قبلی متصل

(Roushangar et al., 2017). در این مطالعه مدل ε -SVM به دلیل کاربرد گسترده آن در مسائل رگرسیونی استفاده گردید. برای این مدل، تابع خطا به صورت زیر تعریف می شود:

$$\frac{1}{2} \|\omega\|^2 + C \sum_{i=1}^n (\xi_i^- + \xi_i^+) \quad (6)$$

تابع خطای مذکور لازم است که با توجه به محدودیت های زیر حداقل گردد:

$$y_i - (\langle \omega, x_i \rangle + b) \leq \varepsilon + \xi_i \quad (7)$$

$$(\langle \omega, x_i \rangle + b) - b \leq \varepsilon + \xi_i^* \quad (8)$$

$$\xi_i, \xi_i^* \geq 0 \quad (9)$$

که در این روابط C یک مقدار از پیش تعیین شده می باشد، ω بردار ضرایب، ξ_i^- و ξ_i^+ متغیرهایی هستند که قيود بالا و پایین خروجی سیستم را تعیین می کنند. اگر داده ها به صورت خطی مجزا از هم باشند، ξ_i^- و ξ_i^+ یک سطح بهینه که داده ها را بدون خطا و با حداکثر فاصله میان صفحه و نزدیک ترین نقاط آموزشی (بردارهای پشتیبان) تفکیک می نماید، آموزش می دهد. اگر نقاط آموزشی را به صورت و بردار ورودی تعریف شود، در حالتی که داده ها به صورت خطی قابل تفکیک باشند، معادله به صورت زیر است. به صورت $[x_i, y_i]$ و بردار ورودی $x_i \in R^n$ تعریف شود، در حالتی که داده ها به صورت خطی قابل تفکیک باشند، معادله به صورت زیر است.

$$y = f(x) = \text{sign} \left[\sum_{i=1}^N y_i a_i \langle x_i, x \rangle + b \right] \quad (10)$$

که در آن y خروجی معادله و y_i ارزش طبقه نمونه آزمایشی x_i است. بردار $x = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ نشان دهنده یک داده ورودی و بردارهای $x_i, i=1, 2, \dots, N$ بردارهای پشتیبان هستند. اگر داده ها به صورت خطی قابل تفکیک نباشند، می توان با اعمال پیش پردازش، نمونه ها را به فضای بالاتر برد. در این حالت رابطه ۱۰ به ۱۱ تغییر می یابد.

$$y = f(x) = \text{sign} \left[\sum_{i=1}^N y_i a_i K(x, x_i) + b \right] \quad (11)$$

تابع $K(x, x_i)$ تابع کرنلی است که برای ایجاد ماشین هایی با انواع مختلفی از سطوح غیرخطی در فضای داده ها، ضرب های داخلی تولید می کند. برای مدل رگرسیون ماشین بردار پشتیبان از کرنل های مختلفی استفاده می شود که عبارت اند از خطی، درجه دوم، گوسی و چندجمله ای.

$L = \begin{pmatrix} P \\ 2 \end{pmatrix}$ است. همچنین برای تولید نرون های لایه های میانی، ترکیب های ۲ تایی نرون های برتر در لایه قبلی در نظر گرفته می شوند، به عبارت دیگر مدل GMDH نوعی از شبکه های چندلایه جلو رونده است که به صورت ترکیبی از دسته معادلات چندجمله ای درجه ۲ بیان می شوند. برای ساخت شبکه GMDH، ابتدا ترکیب های دوتایی از پارامترهای ورودی را باید در نظر گرفت. بعد از آن، در هر نرون با استفاده از روش حداقل مربعات خطا، ضرایب وزنی هر نرون و مقدار خطای مربوطه محاسبه می شوند. در هر لایه برای انتخاب نرون های برتر از نظر ویژگی طبقه بندی، از معیار زیر استفاده می شود.

$$E = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{i=n} (y_{\text{Observed}(i)} - y_{\text{Predicted}})^2 \quad (12)$$

که در آن y_{Observed} و $y_{\text{Predicted}}$ به ترتیب خروجی مشاهده ای و خروجی محاسباتی می باشند.

مدل ماشین بردار پشتیبان

ماشین بردار پشتیبان (SVM) یک سیستم یادگیری کارآمد بر مبنای تئوری بهینه سازی مقید است که از اصل استقرای کمینه سازی خطای ساختاری استفاده کرده و منجر به یک جواب بهینه کلی می شود. در یک مدل رگرسیونی SVM لازم است وابستگی متغیر هدف (y) به مجموعه ای از متغیرهای مستقل (x) تخمین زده شود. فرض بر این است که مانند دیگر مدل های رگرسیونی، رابطه بین متغیرهای هدف و مستقل توسط یک تابع معین f به علاوه یک مقدار اضافی نویز^۱ مشخص می شود:

$$y = f(x) + \text{noise} \quad (5)$$

بنابراین موضوع اصلی پیدا کردن فرم تابع f است که بتواند به صورت صحیح، موارد جدیدی را که SVM تاکنون تجربه نکرده است پیش بینی کند. در روش ε -SVM از توابع هسته ای (کرنل) به منظور جداسازی صفحات و بهینه سازی فواصل موجود بین داده های مشاهداتی و تخمینی استفاده می شود، اما در مدل V-SVM از روش برنامه ریزی غیرخطی برای کاهش خطای پیش بینی استفاده می شود

صورت نمی‌پذیرد. سپس بر روی هر نمونه بوت استرپ یک درخت تصمیم گسترش داده می‌شود. در طی فرآیند ساخت درخت در هر شاخه، از بین تمام M متغیر مستقل به صورت تصادفی m متغیر برای تقسیم شدن انتخاب می‌شود. برای حالت رگرسیونی نسبت M^m برابر با یک سوم است و برای کلاسه بندی برابر با $m = \sqrt{M}$ پیشنهاد شده است پس از ساخت تمام درخت داده‌های آزمایش به درخت معرفی شده و به تعداد درخت‌ها برای بردار ورودی یک خروجی به دست می‌آید. با میانگین‌گیری این خروجی‌ها، خروجی نهایی مدل و با در نظر گرفتن توزیع تجربی خروجی‌ها مقادیر صدک‌ها و دامنه عدم قطعیت محاسبه می‌شود. روش درخت رگرسیون جنگل تصادفی به ویژه هنگامی که تعداد مشاهدات در مقایسه با تعداد پیش‌بینی‌کننده‌ها نسبتاً کم باشد یک روش پیش‌بینی کارآمد است (Siasar and Honar, 2019).

$$R^2 = \frac{[\sum_{i=1}^N (O_i - \bar{O}_i)(P_i - \bar{P}_i)]^2}{\sum_{i=1}^N (O_i - \bar{O}_i)^2 \sum_{i=1}^N (P_i - \bar{P}_i)^2} \quad (13)$$

$$RMSE = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (O_i - P_i)^2}{N}} \quad (14)$$

معیارهای ارزیابی

به منظور ارزیابی مدل‌های مورد استفاده در این تحقیق از شاخص‌های آماری ضریب تعیین، ریشه میانگین مربعات خطا به شرح زیر استفاده گردید:

در رابطه‌های فوق O_i مقادیر دبی مشاهداتی (واقعی)، P_i مقادیر دبی پیش‌بینی شده، \bar{O}_i میانگین مقادیر دبی مشاهداتی، \bar{P}_i میانگین مقادیر دبی پیش‌بینی شده و N تعداد مشاهدات هستند. لازم به ذکر است مقادیر R^2 نزدیک یک و مقادیر $RMSE$ نزدیک به صفر، نشان‌دهنده دقت بیشتر و عملکرد بهتر مدل هستند. در این مطالعه، علاوه بر روش‌های ارزیابی اشاره شده از نمودار تیلور (Taylor, 2001) به منظور ارزیابی عملکرد مدل‌ها نیز

معمولاً تابع کرنل گوسی شعاعی (RBF) و یا خطی برای پیش‌بینی عملکرد بهتری دارند. معادله تابع کرنل RBF به صورت زیر است.

$$K(x, y) = \exp\left(-\frac{\|x_i - y_j\|}{2\sigma^2}\right) \quad (12)$$

مدل جنگل تصادفی

مدل جنگل تصادفی (RF) طبقه‌بندی را برای بسیاری از مجموعه داده‌ها، با سرعت بالایی انجام می‌دهد و بر خلاف مدل‌های نظیر رگرسیون چندمتغیره با استفاده از صدها و هزاران درخت از اطلاعات بیشتر موجود در داده‌ها استفاده می‌کند تا بتواند بهترین استنباط از متغیرهای ورودی داشته باشد. این روش یک روش متداول از مدل‌های ناپارامتری بوده که از تکنیک بگینگ^۱ استفاده می‌نماید که ترکیبی از چندین درخت تصمیم است که در ساخت آن چندین نمونه بوت استرپ از داده‌ها شرکت دارند و در ساخت هر درخت به طور تصادفی تعدادی از متغیرهای ورودی شرکت می‌کنند از این رو برخی از داده‌ها ممکن است بیش از یک‌بار در شاخه‌ای آموزشی استفاده شوند در حالی که، برخی از داده‌های دیگر که در مدل‌سازی مؤثر نیستند هرگز استفاده نمی‌شوند. بنابراین مدل ثبات بیشتری به دست می‌آورد و در برابر تغییرات جزئی در داده‌های ورودی قابل اعتماد تر می‌کند و دقت پیش‌بینی آن را افزایش می‌دهد. از سوی دیگر، هنگامی که در مدل RF یک درخت ایجاد می‌شود از بهترین متغیرها یا نقاط تقسیم در داخل زیرمجموعه‌های متغیرها استفاده می‌کند که به صورت تصادفی از مجموعه‌های کلی متغیرهای ورودی انتخاب می‌شوند. لذا در مدل RF با استفاده از روش بوت استرپ به تعداد زیاد (به عنوان مثال ۱۰۰۰ مرتبه) نمونه‌های n تایی از مجموعه داده‌های اولیه ورودی، نمونه برداری همراه با جای‌گذاری انجام می‌شود. در طی فرآیند نمونه‌گیری حدود یک سوم از داده‌ها به عنوان نمونه خارج از نمونه‌گیری (از این داده‌ها برای تعیین متغیرهای مهم و همچنین برآورد نا اریب خطا استفاده می‌شود) در نظر گرفته می‌شوند و نمونه‌گیری از آنها

پارامتر حذف و مدل با همان داده های آزمایش، اجرا و مقادیر ضریب همبستگی و خطا تعیین گردید. با حذف هر پارامتر هر چه خطای مدل افزایش بیشتری نشان دهد، بیانگر تأثیر بیشتر آن پارامتر بر فرایند شبیه سازی می باشد. در ابتدا نتایج حاصل از مدل جنگل تصادفی ارائه می شود. دلیل اولویت ارائه نتایج مدل جنگل تصادفی نسبت به سایر مدل های بکار رفته در این تحقیق مشخص شدن مهم ترین پارامترهای مؤثر در فرایند توسعه مدل جنگل تصادفی در مدل سازی و برآورد دبی جریان است. در مدل GMDH نیز همین ویژگی دیده می شود.

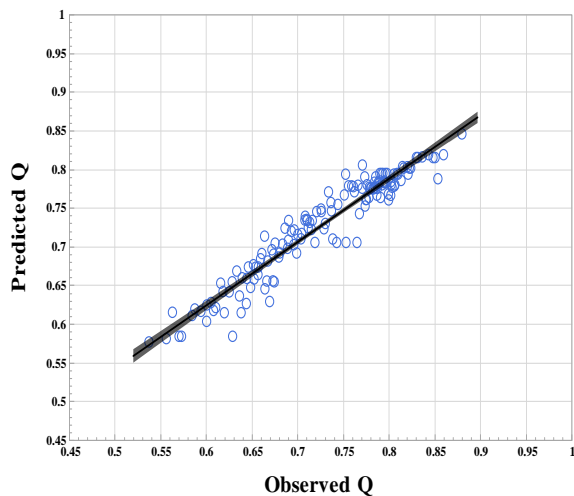
با توجه به شکل ۲ و ۳ نتایج مدل جنگل تصادفی در مراحل آموزش و اعتبارسنجی در مقابل مقادیر مشاهداتی ترسیم شده است. شاخص های آماری مدل جنگل تصادفی توسعه داده شده در مرحله آزمایش $R^2 = 0.902$, $RMSE = 0.02$ و در مرحله اعتبارسنجی عبارت از $R^2 = 0.900$, $RMSE = 0.02$ است. مطابق شکل ۴ تعداد ۲۲ درخت تصمیم استفاده شده در برآورد مقدار دبی عبوری از فلوم استفاده گردید با این حال از درخت ۱۲ ام مقدار ضریب تعیین R^2 تغییر محسوس نداشت است. برای نمونه نتایج بهترین مدل درخت تصمیم در مرحله اعتبارسنجی مدل RF در شکل ۵ نشان داده شده است.

استفاده شده است. این نمودار بر مبنای ارتباط هندسی بین ضریب همبستگی، انحراف معیار و انحراف جذر میانگین مربعات^۱ (RMSD) استوار است. در نمودار تیلور که به دو صورت نیم دایره (نمایش همبستگی منفی و مثبت) و ربع دایره (فقط نمایش همبستگی مثبت) ارائه می شود، مقادیر ضریب همبستگی به صورت شعاع دایره روی قوس آن و مقادیر انحراف معیار به صورت دایره های متحدالمرکز نسبت به مرکز دایره و مقادیر RMSD به صورت دایره های متحدالمرکز نسبت به نقطه مرجع ترسیم میشوند. نقطه مرجع موقعیت داده دبی مشاهده ای را بر اساس انحراف معیار آن نشان می دهد و موقعیت آن روی محور افقی بر اساس مقدار انحراف معیار تعیین خواهد شد زیرا مقدار RMSD و ضریب همبستگی دبی مشاهده ای در مقایسه با خودش به ترتیب صفر و یک خواهد بود. بنابراین، روش ارزیابی در این نمودار به این صورت است که موقعیت داده های مورد بررسی بر اساس مقدار RMSD و ضریب همبستگی آن با داده های مشاهده ای و انحراف معیار آن روی نمودار ترسیم می شود و هر داده ای که موقعیت مکانی آن روی نمودار به نقطه مرجع نزدیکتر باشد، بادقت بیشتری مقادیر دبی را شبیه سازی می نماید.

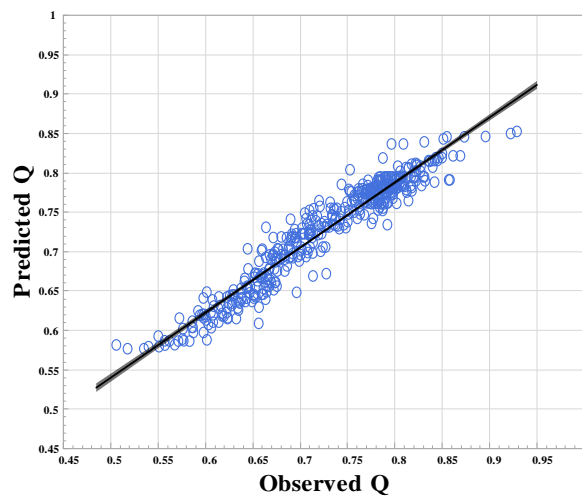
نتایج و بحث

به منظور توسعه مدل های نامبرده شده لازم است که ابتدا داده های جمع آوری شده به دو دسته آموزش و اعتبارسنجی تقسیم بندی شوند. قابل ذکر است که تعداد داده های جمع آوری شده از نتایج آزمایشگاهی توضیح داده شده برابر ۵۹۲ است که در این تحقیق ۸۰ درصد داده ها به مرحله آموزش و ۲۰ درصد مابقی به اعتبارسنجی مدل های توسعه یافته تخصیص داده شد. با توجه به این اینکه داده های جمع آوری شده ماهیت سری زمانی ندارند لذا اختصاص داده، به هریک از گروه های آموزش و اعتبارسنجی به صورت تصادفی انجام گرفت. همچنین در این تحقیق تحلیل حساسیت به جهت شناسایی و تعیین درجه اهمیت هر یک از پارامترها در سری داده های ورودی بر عملکرد دینامیکی سیستم صورت گرفته است. بدین منظور آنالیز حساسیت در هر سری داده ورودی یک

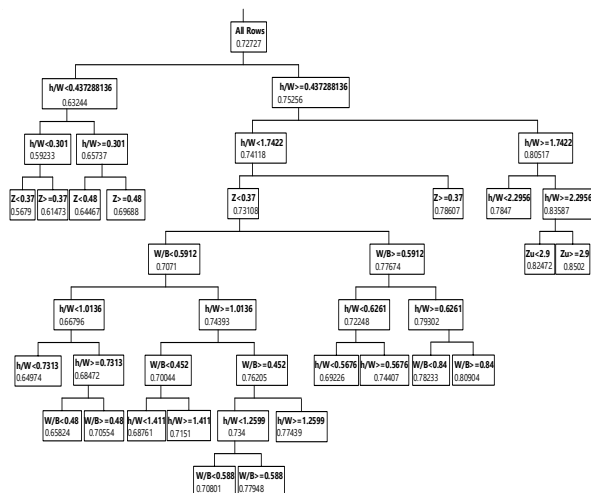
برآورد دبی جریان در فلوم‌های با تنگ‌شدگی مثلثی شکل با استفاده از روش‌های یادگیری ماشین



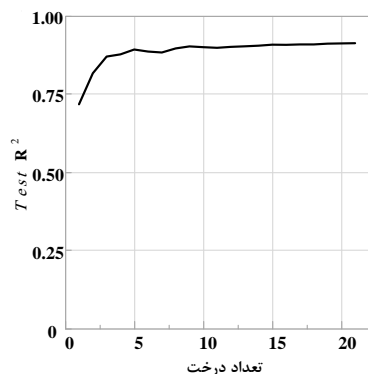
شکل ۳- نتایج مدل RF توسعه داده شده در مرحله اعتبارسنجی
 Fig. 3 - The results of the developed RF model in the testing stage



شکل ۲- نتایج مدل RF توسعه داده شده در مرحله آموزش
 Fig. 4 - The results of the developed RF model in the training stage



شکل ۵- ساختار بهترین درخت تصمیم در مدل RF جهت برآورد دبی جریان
 Fig. 5 - The structure of the Best Decision tree in the RF model to estimate the Discharge

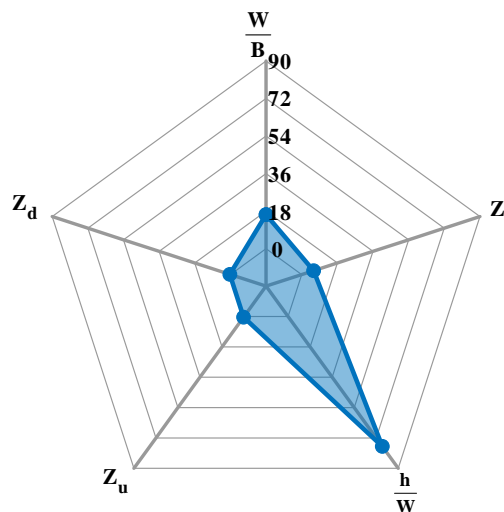


شکل ۴- تأثیر افزایش مدل درخت تصمیم در ساختار RF بر میزان برآورد دبی در مرحله آزمایش

Fig. 4 - The effect of increasing the decision tree model in the RF model on the rate of Discharge estimation in the test stage

تأثیرگذار با ۷۶ درصد $\frac{h}{W}$ بوده و کمترین مؤلفه تأثیرگذار بر میزان پیش‌بینی دبی عبوری از فلوم Z_d با مقدار ۰/۴ درصد بوده است.

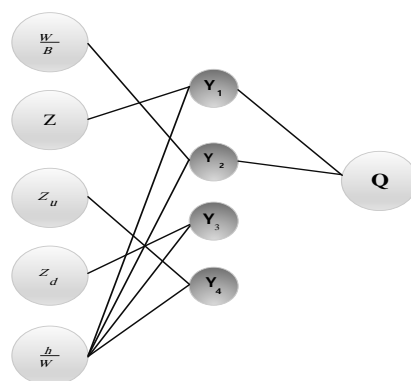
در شکل ۶ میزان سهم هر متغیر ورودی، همراه با امتیاز پیش‌بینی شده برای هر کدام از متغیرها را در مدل جنگل تصادفی در پیش‌بینی میزان دبی نشان داده شده است. همان گونه که مشاهده می‌شود بیشترین مؤلفه



شکل ۶- میزان تأثیر مؤلفه های مختلف ورودی به مدل جنگل تصادفی در پیش بینی دبی عبوری از فلوم
 Fig. 6 - The impact of different input components to RF model in predicting the Discharge

در ادامه، عملکرد مدل GMDH در برآورد میزان دبی جریان مورد بررسی قرار گرفت. ساختار نهایی مدل توسعه داده شده در شکل ۷ نشان داده شده است. همان طور که مشاهده می شود، ساختار مدل GMDH دارای یک لایه پنهان است که دارای چهار نرون و در لایه خروجی نیز یک نرون که متوسط جواب های چهار نرون لایه قبل است وجود دارد. همان گونه که مشاهده می شود در ساختار

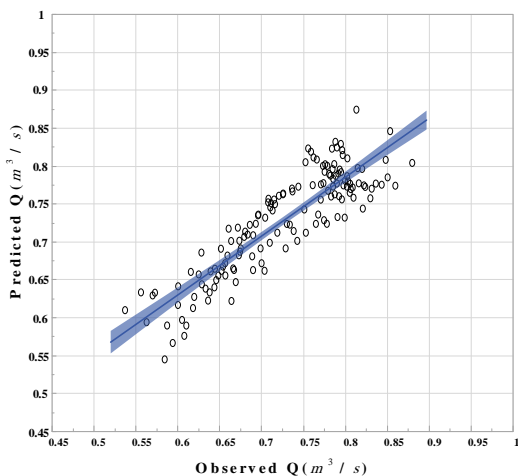
نهایی به دست آمده از مدل GMDH، لایه خروجی Q فقط به دو یال Y_1 و Y_2 در لایه پنهان متصل بوده که این دو مؤلفه نیز به متغیرهای Z ، W/B ، h/W در لایه ورودی متصل بوده اند لذا مابقی متغیرهای ورودی در پیش بینی مقدار دبی تأثیرگذار نبوده اند. شایان ذکر است مقدار ریشه میانگین مربعات خطا در لایه اول برابر $0/047$ و در لایه دوم $0/036$ بوده است.



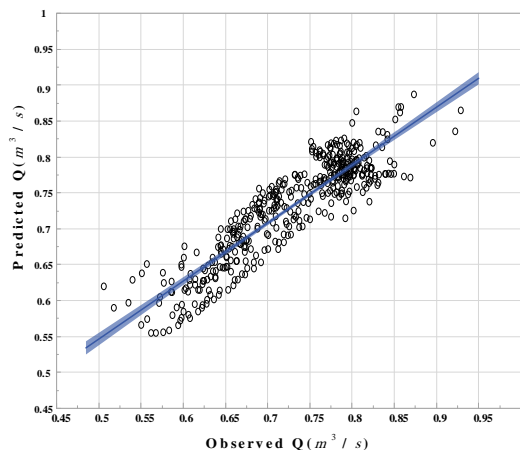
شکل ۷- ساختار نهایی مدل GMDH در پیش بینی میزان دبی
 Fig. 7 - The final structure of the GMDH model in predicting the flow rate

مرحله آزمایش عبارت از $R^2 = 0.818$, $RMSE = 0.033$ و در مرحله اعتبارسنجی عبارت از $R^2 = 0.805$, $RMSE = 0.034$ است.

شکل ۸ و ۹ نتایج مدل GMDH در مراحل آموزش و اعتبارسنجی در مقابل مقادیر مشاهداتی ترسیم شده است. شاخص های آماری مدل GMDH توسعه داده شده در



شکل ۹- نتایج مدل GMDH توسعه داده شده در مرحله اعتبارسنجی
Fig. 9- The results of the developed GMDH model in the testing phase



شکل ۸- نتایج مدل GMDH توسعه داده شده در مرحله آموزش
Fig. 8- The results of the developed GMDH model in the training phase

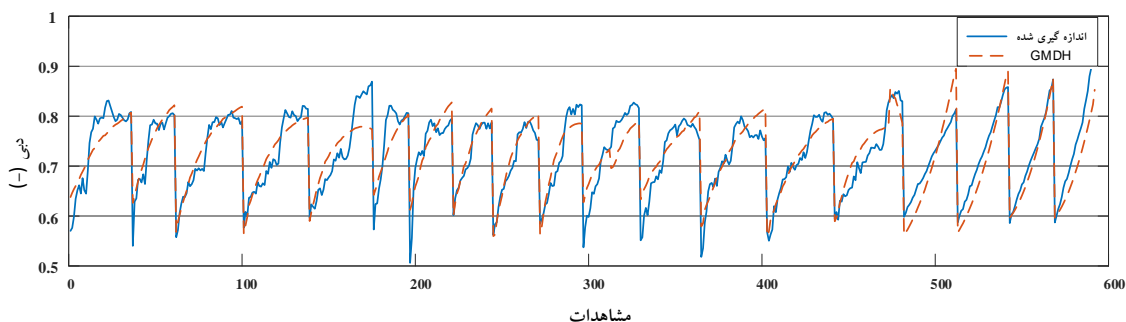
میزان دبی تأثیر داشته‌اند. در شکل ۱۰ نتایج حاصل از کل مشاهدات در مقابل مدل GMDH حاصل از روابط ۱۵ تا ۱۷ نشان داده شده است.

در روابط ۱۵ تا ۱۷ معادلات به دست آمده از نورون‌های لایه پنهان در برآورد میزان دبی خروجی در مدل GMDH نشان داده شده است. همان گونه که در معادلات نیز نشان داده شد تنها مولفه‌های h/W و W/B و Z در پیش‌بینی

$$Q = -2.013 + 2.330 \times Y_1 + 4.050 \times Y_2 + 6.878 \times Y_1^2 + 6.175 \times Y_2^2 - 16.660 \times Y_1 \times Y_2 \quad (15)$$

$$Y_1 = 0.5919 - 1.2072' Z + 0.1816' \frac{h}{W} + 2.0961' Z^2 - 0.0379' \left(\frac{h}{W}\right)^2 + 0.9447' Z' \frac{h}{W} \quad (16)$$

$$Y_2 = 0.1459 + 1.2891 \times \frac{W}{B} + 0.2075 \times \frac{h}{W} - 0.8554 \times \left(\frac{W}{B}\right)^2 - 0.0358 \times \left(\frac{h}{W}\right)^2 - 0.0196 \times \left(\frac{W}{B}\right) \times \left(\frac{h}{W}\right) \quad (17)$$



شکل ۱۰- نتایج مدل GMDH در پیش‌بینی میزان دبی عبوری در مقابل نتایج اندازه‌گیری شده
Fig. 10 - The results of the GMDH model in predicting the Dischareg compared to the measured results

اند بررسی شدند و نتایج بیان شده داده در جدول ۲ نشان می‌دهد که تابع گوسی شعاعی با پارامترهای ضریب پنالتی (Gamma) برابر با ۰/۴ و پارامتر خطا (Cost) برابر با ۱۰

همچنین عملکرد مدل SVM جهت برآورد دبی جریان مورد بررسی قرار گرفت. به‌منظور توسعه مدل SVM توابع کرنل مختلفی که در قسمت مواد و روش‌های معرفی شده

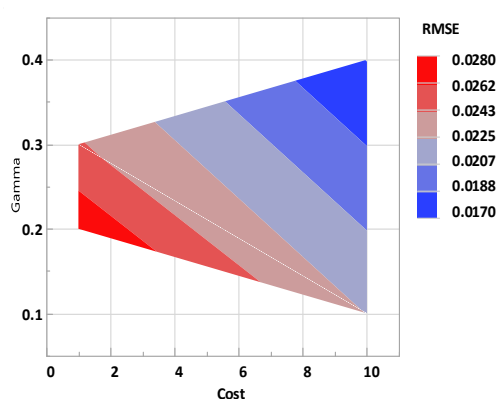
عبارت از $R^2 = 0.982$, $RMSE = 0.015$ و در مرحله اعتبارسنجی عبارت از $R^2 = 0.951$, $RMSE = 0.016$ است. مقایسه عملکرد مدل های یادگیری ماشین در پیش بینی میزان دبی نشان می دهد عملکرد مدل SVM از GMDH و مدل RF با ضریب تعیین (R^2) بالاتر، بیشتر بوده است.

که در شکل ۱۱ آورده شده است به عنوان مدل سوم دقت بهتری نسبت به سایر مدل های دیگر دارد. در شکل ۱۲ و ۱۳ به ترتیب به مقایسه نتایج به دست آمده از مدل SVM در مقابل نتایج دبی جریان اندازه گیری شده در مرحله آموزش و اعتبارسنجی پرداخته شده است. شاخص های آماری مدل SVM توسعه داده شده در مرحله آموزش

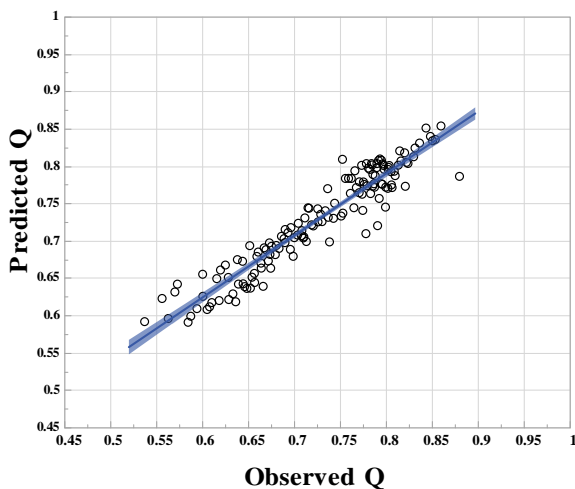
جدول ۲- بررسی توابع مختلف به عنوان کرنل در مدل SVM

Table 2- Examination of different functions as kernel in SVM model

مدل	تابع کرنل	Cost	Gamma	Training RMSE	Test	
					RMSE	R^2
Model 1	گوسی شعاعی	1	0.2	0.0274	0.02755	0.87078
Model 2	گوسی شعاعی	1	0.3	0.02469	0.0245	0.89784
Model 3	گوسی شعاعی	10	0.4	0.01504	0.01696	0.95104
Model 4	گوسی شعاعی	10	0.1	0.02133	0.02246	0.91411
Model 5	خطی	10	-	0.04878	0.06306	0.32298
Model 6	خطی	2	-	0.04878	0.06302	0.32391
Model 7	خطی	1	-	0.04878	0.06298	0.3248

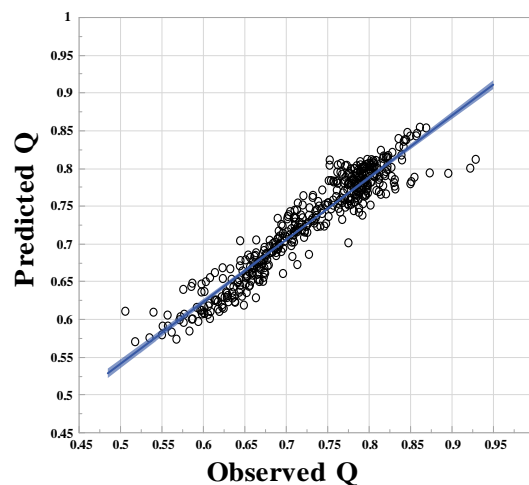


شکل ۱۱ - تغییرات پارامترهای γ و cost مدل SVM در دقت برآورد میزان دبی جریان
Fig. 11- Changes of cost and gamma parameters of SVM model in the accuracy of estimation of Discharge



شکل ۱۳- نتایج مدل SVM توسعه داده شده در مرحله آموزش و اعتبارسنجی

Fig. 13- The results of the developed SVM model in the training and testing phase



شکل ۱۲- نتایج مدل SVM توسعه داده شده در مرحله آموزش و اعتبارسنجی

Fig. 12- The results of the developed SVM model in the training and testing phase

(Critto et al., 2003). لذا مشاهده گردید متغیرهای W/B ، Z ، h/W بیشترین سهم را از بین متغیرهای ورودی در پیش‌بینی میزان دبی عبوری از فلوم با گلوگاه مثلثی‌ای شکل داشته‌اند. با استفاده از این سه متغیر می‌توان الگوهای ورودی مختلف در جدول ۳ نشان داد. مناسب‌ترین مدل الگو، بر اساس کمترین میزان خطای $RMSE$ و بیشترین ضریب تعیین (R^2) همان گونه که مشاهده می‌شود سناریوی اول و سپس سناریوی دوم بوده است.

با توجه به ترکیب‌های مختلف از داده‌های ورودی به مدل می‌توان الگوهای مختلفی ارائه نمود لذا حساسیت مدل‌های محاسبات نرم موجود در این تحقیق را نسبت به متغیرهای ورودی به دست آورد. همچنین همان گونه که بیان گردید مدل RF یکی از روش‌های متداول در روش‌های انتخاب ویژگی^۱ است که با بالابردن سرعت فرآیند آموزش، افزایش قابلیت تعمیم، کاهش اثر ابعاد متغیرهای ورودی و قابلیت تفسیر نتایج را افزایش می‌دهد

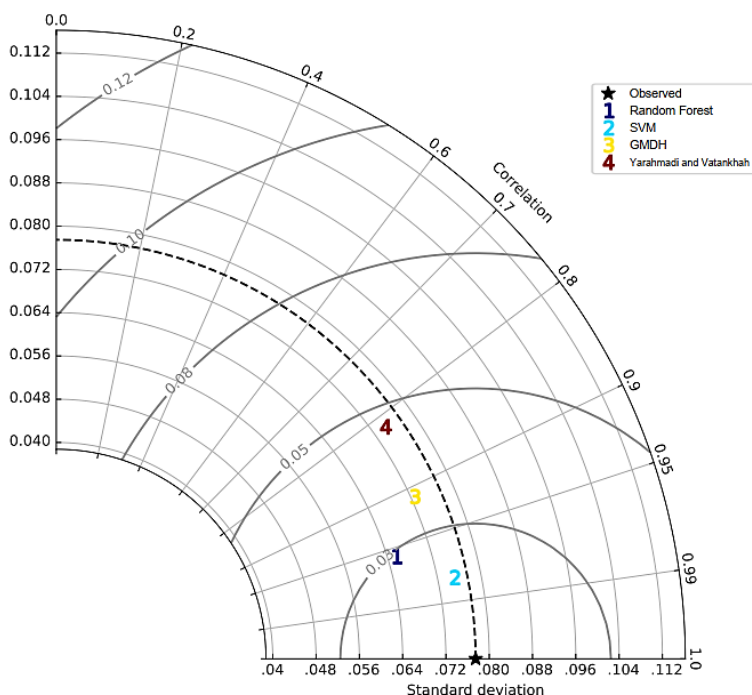
جدول ۳- ضریب تعیین (R^2) و خطای $RMSE$ سناریوهای مختلف ورودی در سه مدل RF، GMDH و SVM
Table 3- Coefficient of determination (R^2) and RMSE of different inputs in RF, GMDH and SVM models

SVM		GMDH		RF		سناریو
RMSE	R^2	RMSE	R^2	RMSE	R^2	
۰/۰۱	۰/۹۴	۰/۰۳	۰/۸	۰/۰۲	۰/۹۲	h/W ، Z ، W/B
۰/۰۴	۰/۷	۰/۰۵	۰/۶	۰/۰۵	۰/۵۶	h/W ، Z
۰/۰۳	۰/۸۶	۰/۰۵	۰/۵۵	۰/۰۳	۰/۸۶	h/W ، W/B
۰/۰۸	۰/۰۸	۰/۰۷	۰/۰۲	۰/۰۸	۰/۰۳	Z ، W/B
۰/۰۵	۰/۵۸	۰/۰۵	۰/۴۳	۰/۰۵	۰/۴۸	h/W
۰/۰۸	۰/۰۴	۰/۰۸	۰/۰۳	۰/۰۸	۰/۰۲	Z
۰/۰۷	۰/۱	۰/۰۸	۰/۰۵	۰/۰۸	۰/۰۲	W/B

مدل GMDH و RF و رابطه ۱۸ با RMSD کمتر و نزدیک تر بودن به نقطه مرجع مشاهداتی بسیار دقیق تر در پیش بینی میزان دبی خروجی از فلوم با گلوگاه مثلثی بوده است.

$$\frac{Q}{(W\sqrt{gh^3})} = 0.82\left(\frac{W}{B}\right)^{0.2}\left(\frac{h}{W}\right)^{0.18} \quad (18)$$

جهت بررسی بهتر عملکرد مدل های توسعه داده شده در این تحقیق، مقایسه معادله رگرسیون غیرخطی ارائه شده در رابطه ۶۷ شده توسط یاراحمدی و وطن خواه (Yarahmadi and Vatankhah, 2021) در پیش بینی میزان دبی عبوری از این نوع از فلوم ها صورت پذیرفت. دیاگرام تیلور برای نتایج آن ها در شکل ۱۴ ترسیم گردید. همان طور که مشاهده می شود عملکرد مدل SVM نسبت به هر دو



شکل ۱۴- دیاگرام تیلور عملکرد مدل های توسعه یافته

Fig. 14 - Taylor diagram of the performance of the developed models

مدل های (Yarahmadi and Vatankhah, 2021) تمام مدل های محاسبات نرم توسعه یافته در مطالعه حاضر، عملکرد دقیق تر در مدل سازی برآورد میزان دبی در فلوم های با تنگ شدگی مثلثی شکل را نشان می دهد. بررسی ساختار مدل جنگل تصادفی در تحقیق حاضر نشان داد که مهمترین پارامترهای دخیل در برآورد دبی عبارت از نسبت عمق آب به عرض تنگ شدگی فلوم $(\frac{h}{W})$ به میزان ۷۶ درصد و کمترین مؤلفه تاثیرگذار بر میزان پیش بینی دبی عبوری از فلوم شیب دیواره صفحه پایین دست سازه (Z_d) با مقدار ۰/۴ درصد بوده است. همچنین مقایسه سناریو های

نتیجه گیری

در این تحقیق، برآورد دبی جریان در فلوم های اندازه گیری دبی جریان با مقطع تنگ شدگی مثلثی شکل با استفاده از مدل های محاسبات نرم شامل مدل های SVM، GMDH و RF مدل سازی گردید. بدین منظور از مشخصات هندسی و هیدرولیکی جریان شامل عرض تنگ شدگی در محل سازه، شیب های افقی و عمودی دیواره های مثلثی شکل، عمق نسبی جریان استفاده گردید. نتایج این تحقیق نشان داد که در مقایسه با مدل رگرسیون غیر خطی ارائه شده توسط نتایج یاراحمدی و وطن خواه

مطالعات تحقیقاتی آینده نیز در این راستا با بهبود دقت پیش‌بینی، به ویژه برای مقادیر محدوده بالاتر میزان دبی، با ترکیب یا بهبود در اندازه‌گیری پارامترهای مدل متمرکز شوند. مختلف معرفی پارامترهای ورودی به مدل های توسعه داده شده نشان می دهد با داشتن سه متغیر بدون بعد W/B ، h/W ، Z می‌توان برآورد دقیقی نسبت به میزان دبی خروجی از این نوع از سازه‌ها به دست آورد. امید است که

منابع

- 1- Aali, F., & Vatankhah, A. R. (2023). Experimental study of simple flumes with trapezoidal contraction. *Flow Measurement and Instrumentation*, 90, 102328. <https://doi.org/10.1016/j.flowmeasinst.2023.102328>
- 2- Breiman, L. (2001). Random forests. *Machine learning*, 45, 5-32.
- 3- Bhoria, S., Sihag, P., Singh, B., Ebtehaj, I., & Bonakdari, H. (2021). Evaluating Parshall flume aeration with experimental observations and advance soft computing techniques. *Neural Computing and Applications*, 33, 17257-17271. <https://doi.org/10.1007/s00521-021-06316-9>
- 4- Chitrakar, S., Miller, S. N., Kempema, E. W., Caffrey, P. A., & Stern, J. (2018). Impact of Channel Slope on Cutthroat Flume Performance. *Transactions of the ASABE*, 61(1), 117-120.
- 5- Critto, A., Carlon, C., & Marcomini, A. (2003). Characterization of contaminated soil and groundwater surrounding an illegal landfill (S. Giuliano, Venice, Italy) by principal component analysis and kriging. *Environmental Pollution*, 122(2), 235-244.
- 6- Galán-Martín, Á., Vaskan, P., Antón, A., Esteller, L. J., & Guillén-Gosálbez, G. (2017). Multi-objective optimization of rainfed and irrigated agricultural areas considering production and environmental criteria: a case study of wheat production in Spain. *Journal of Cleaner Production*, 140, 816-830.
- 7- Ivakhnenko, A. G. (1971). Polynomial theory of complex systems. *IEEE transactions on Systems, Man, and Cybernetics*, (4), 364-378. <https://doi.org/10.1109/TSMC.1971.4308320>
- 8- MAATOOQ, J. S., & IBRAHEEM, M. J. (2023). CALIBRATION OF A NEW SIZE OF CUT-THROAT FLUME FOR SUBMERGED FLOW CONDITION. *Journal of Engineering Science and Technology*, 18(1), 244-256.
- 9- Najafzadeh, M., & Mahmoudi-Rad, M. (2019). Estimation of the maximum scour depth at bridge pier under effects of debris accumulations using NF-GMDH model and evolutionary algorithms. *Environment and Water Engineering*, 5(3), 213-225. <https://doi.org/10.22034/jewe.2019.192130.1326>
- 10- Parsaie, A., Azamathulla, H. M., & Haghghiabi, A. H. (2018). Prediction of discharge coefficient of cylindrical weir-gate using GMDH-PSO. *ISH Journal of Hydraulic Engineering*, 24(2), 116-123. <https://doi.org/10.1080/09715010.2017.1372226>
- 11- Ran, D., Wang, W., & Hu, X. (2018). Three-dimensional numerical simulation of flow in trapezoidal cutthroat flumes based on FLOW-3D. *Frontiers of Agricultural Science and Engineering*, 5(2), 168-176.
- 12- Roushangar, K., Sagheblian, S. M., & Mouaze, D. (2017). Predicting characteristics of dune bedforms using PSO-LSSVM. *International Journal of Sediment Research*, 32(4), 515-526. <https://doi.org/10.1016/j.ijsrc.2017.09.005>
- 13- Saran, D., & Tiwari, N. K. (2020). Generation of a Versatile Discharge Formula for Multiple Parshall Flumes Using a Regression Technique. In *International Conference on Energy, Materials Sciences & Mechanical Engineering* (pp. 1197-1207). Singapore: Springer Nature Singapore.
- 14- Sangeeta, Haji Seyed Asadollah, S. B., Sharafati, A., Sihag, P., Al-Ansari, N., & Chau, K. W. (2021). Machine learning model development for predicting aeration efficiency through Parshall flume. *Engineering Applications of Computational Fluid Mechanics*, 15(1), 889-901. <https://doi.org/10.1080/19942060.2021.1922314>
- 15- siasar, H., & honar, T. (2019). Application of Support vector machine, CHAID and Random forest models, in estimated daily Reference evapotranspiration in northern Sistan and Baluchestan province. *Iranian Journal of Irrigation & Drainage*, 13(2), 378-388.
- 16- Skogerboe, G. V., & Hyatt, M. L. (1967). Rectangular cutthroat flow measurement Flumes. *Journal of the Irrigation and Drainage Division*, 93(4), 1-14. <https://doi.org/10.1061/JRCEA4.0000524>
- 17- Taylor, K. E. (2001). Summarizing multiple aspects of model performance in a single diagram. *Journal of Geophysical Research: Atmospheres*, 106(D7), 7183-7192

- 18-Tekade, S. A., Vasudeo, A. D., Ghare, A. D., & Ingle, R. N. (2016). Measurement of flow in supercritical flow regime using cutthroat flumes. *Sadhana*, 41, 265-272.
- 19-Valipour, M. (2013). Increasing irrigation efficiency by management strategies: cutback and surge irrigation. *ARPN Journal of Agricultural and Biological Science*, 8(1), 35-43.
- 20-Wang, C.D. (2005). *Water measurement technique and measure*. Beijing: Water and Power Press.
- 21-Willeitner, R. P., Barfuss, S. L., & Johnson, M. C. (2012). Montana flume flow corrections under submerged flow. *Journal of irrigation and drainage engineering*, 138(7), 685-689. [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)IR.1943-4774.0000434](https://doi.org/10.1061/(ASCE)IR.1943-4774.0000434)
- 22-Yarahmadi, N., & Vatankhah, A. R. (2021). Experimental study on rectangular cut-throated flume: Effects of flume walls slopes and channel longitudinal slope. *Flow Measurement and Instrumentation*, 79, 101919. <https://doi.org/10.1016/j.flowmeasinst.2021.101919>